مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۸۹
جلد ۴، شماره ۱، ص ۵۹-۷۶

کاربرد نظریه مقدار کرانگینی در برآورد مقدار در معرض خطر: بررسی موردی بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران

غدیر مهدوی، زهرا ماجدی
دانشکده بیمه اکو، دانشگاه علامه طباطبایی

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۱۲/۱۰ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۸۹/۴/۲۱

چکیده : برخلاف واریانس که قدرت تفکیک انحرافات مثبت و منفی را ندارد، مقدار در معرض خطر معیار مناسبی برای محاسبه ریسک‌های مالی به شمار می‌رود که ریسک‌های منفی و واقعی را تبیین نموده و از آن می‌توان برای برآورد ریسک‌های احتمالی یک شرکت بیمه استفاده کرد. از سوی دیگر بررسی توزیع خسارت‌ها، به مدیران ریسک مالی کمک می‌کند تا بهتر بتوانند در مورد تخصیص سرمایه تصمیم بگیرند. در این مقاله کارایی نظریه مقدار کرانگینی در برآورد مقدار در معرض خطر با کارایی سایر روش‌های شناخته شده مدل‌سازی، از جمله مدل GARCH، روش واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی مورد مقایسه قرار می‌گیرد و مدلی که برآوردهای دقیق‌تر و پایدارتری را نتیجه دهد، ارائه می‌شود. روش واریانس-کوواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و مدل‌های پارتو تعمیم‌یافته و پارتو تعمیم‌یافته سازوار برآوردهای نسبتاً پایدارتری را ارائه می‌دهند. همچنین برآوردهای حاصل از دو مدل GARCH(1,1) و GARCH(1,1)-t دارای نوسان‌های بالایی هستند. در مجموع مدل‌های پارتو تعمیم‌یافته، روش شبیه‌سازی تاریخی و

زهرا ماجدی، majedi.eco@gmail.com
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۲M۱۰، ۶۲F۴۰ و ۶۲G۳۲

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

مدل GARCH(1,1)-t برآوردهای دقیق‌تری را ارائه می‌دهند.

واژه‌های کلیدی : مدیریت ریسک، نظریه مقدار کرانگینی، مقدار در معرض خطر، مدل GARCH، روش واریانس-کوواریانس، روش شبیه‌سازی تاریخی.

۱ مقدمه

مدیریت ریسک در دهه گذشته به دلیل افزایش بی‌ثباتی بازارهای مالی و میل به یک سیستم مالی با ثبات‌تر اهمیت بیشتری پیدا کرده است. ممکن است میلیاردها ریال سرمایه به دلیل نظارت و مدیریت ریسک مالی ضعیف از بین برود. بنابراین محاسبه یک برآورد دقیق از اهمیت حیاتی برخوردار است. اگر ضرر مالی به درستی تخمین زده نشود، ممکن است منجر به تخصیص سرمایه کمتر شود. مقدار در معرض خطر[۱] برای برآورد ضرر مالی در سال ۱۹۹۰ ارائه شد و نقش آن در مدیریت بازارهای مالی به طور فزاینده اهمیت یافت (بسل، ۱۹۹۶). از طرفی در برآورد مقدار در معرض خطر به عنوان معیاری از ریسک، باید به ماهیت و ویژگی‌های خاص توزیع سری‌های مالی نیز توجه شود. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که توزیع این نوع داده‌ها اکثراً نامتقارن و دم کلفت است. از این جهت نظریهٔ مقدار کرانگینی[۲] چارچوب مناسبی را برای بررسی رفتار توزیع‌هایی که دم کلفت هستند را فراهم می‌کند (جینکی و همکاران، ۲۰۰۳).

۲ نظریه مقدار کرانگینی

ارتباط میان روش نظریهٔ مقدار کرانگینی و مدیریت ریسک از این جهت است که نظریه مقدار کرانگینی بهتر از روش‌های دیگر می‌تواند صدک‌های بالاتر را برازش دهد (محمودیان و گل‌علی‌زاده ۱۳۸۸). با در نظر گرفتن این مسئله که بیشتر سری‌های مالی دارای توزیع نامتقارن هستند، روش نظریه مقدار کرانگینی نسبت به روش‌هایی مانند ARCH و GARCH که توزیع را متقارن در نظر می‌گیرند مزیت

[۱] Value at risk

[۲] Extreme value theory

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

دارد (نلسون، ۱۹۹۱). در مدیریت ریسک این نکته نیز حائز اهمیت می‌باشد که مدل مورد استفاده، برآوردهای نسبتاً پایداری را نتیجه دهد. نظریهٔ مقدار کرانگینی با استفاده از مدل توزیع پارتو تعمیم‌یافته[۳] برآوردهایی پایدارتر و با دقت بیشتری را در صدک‌های بالاتر ارائه می‌دهد (جینکی و همکاران، ۲۰۰۳). در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری در زمینه نظریه مقدار کرانگین به ویژه کاربرد این نظریه در محاسبه مقدار در معرض خطر در بازارهای مالی مختلف انجام شده است. رایس و توماس (۱۹۹۷) اولین منبع جامع تحلیل آماری را در مورد نظریهٔ مقدار کرانگینی و کاربرد آن در بیمه و امور مالی ارائه دادند. مک نیل (۱۹۹۷) برآورد دنباله شدت خسارت‌ها و برآورد معیار صدک ریسک برای سری‌های مالی با استفاده از نظریهٔ مقدار کرانگینی را مورد مطالعه قرار داد. امبرختس و همکاران (۱۹۹۹) مطالعه‌ای را با عنوان نظریهٔ مقدار کرانگینی به‌عنوان ابزاری برای مدیریت ریسک انجام دادند. امبرختس (۲۰۰۰) نقاط ضعف و قوت نظریه مقدار کرانگینی را مورد بررسی قرار داد. مک نیل (۱۹۹۹) نیز بررسی گسترده‌ای، در زمینه نظریهٔ مقدار کرانگینی را برای مدیران ریسک فراهم آورده است. مک‌نیل و فری (۲۰۰۰) بررسی برآورد معیار ریسک وابسته به دم را برای سری‌های زمانی مالی انجام دادند. جینکی و سلجوک (۲۰۰۴) بررسی کارایی نسبی مدل‌های مقدار در معرض خطر، با استفاده از نظریهٔ مقدار کرانگینی در بازارهای نو ظهور را ارائه دادند. دنیلسون و موری موتو (۲۰۰۰) روش‌های کاربردی، به‌ویژه مقدار در معرض خطر برای ریسک‌های مالی کرانگین در بازار ژاپن را مورد بررسی قرار دادند. به طور کلی برای تحلیل مقادیر کرانگین دو روش اصلی وجود دارد، اولین روش بر اساس تقسیم‌بندی داده‌ها در بلوک‌ها می‌باشد، به طوری که ماکسیمم بلوک‌ها از توزیع مقدار کرانگینی پیروی می‌کنند. در روش دوم، ابتدا یک مقدار حدی را در نظر گرفته و سپس توزیع بر مقادیر مازاد بر سرحد برازش داده می‌شود. در این بررسی از روش دوم استفاده می‌شود، که کارایی آن در برآورد صدک از روش‌های دیگر بهتر است (برادین، ۲۰۰۸). مقادیر مازاد بر سرحد u به صورت $y_i = X_i - u$ تعریف می‌شوند. با در نظر گرفتن F به عنوان

[۳] Generalized Pareto distribution

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

تابع توزیع میزان خسارت‌ها، تابع توزیع احتمال شرطی خسارت‌های مازاد به‌صورت

$$\begin{aligned} F_u(y) &= P(X-u \le y | X > u) \\ &= \frac{F(y+u)-F(u)}{1-F(u)}, \qquad X > u. \end{aligned}$$

خواهد بود. بالکیما و دی‌هان (۱۹۷۴) و پیکندز (۱۹۷۵) ثابت کردند که اگر مقدار حدی به اندازه کافی بزرگ باشد، توزیع مقادیر مازاد را می‌توان با توزیع پارتو تعمیم‌یافته تقریب زد.

$$F_u(y) \approx G_{\xi,\sigma}(X), u \to \infty \qquad (1)$$

توزیع پارتو تعمیم‌یافته به‌صورت

$$G_{\xi,\sigma,u}(x) = \begin{cases} 1-(1+\xi((x-u)/\sigma)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1-\exp(-\frac{x-u}{\sigma}) & \xi = 0 \end{cases}$$

$$x \in \begin{cases} [u,\infty] & \xi \ge 0 \\ [u, u-\sigma/\xi] & \xi < 0 \end{cases}$$

تعریف می‌شود، که در آن $\xi = 1/\alpha$ پارامتر شکل، α شاخص دمی، $\sigma > 0$ پارامتر مقیاس و u پارامتر مکان است. زمانی که $\xi > 0$ توزیع پارتو شکل معمول خود را داراست و توزیع دم کلفت خواهد بود. وقتی $\xi = 0$، توزیع پارتو متناظر با توزیع نمایی خواهد بود و حالتی که $\xi < 0$ به‌عنوان توزیع پارتو نوع دوم شناخته می‌شود.

۳ مقدار در معرض خطر

مقدار در معرض خطر حداکثر خسارت انتظاری را برای یک افق زمانی مشخص و با توجه به یک سطح احتمال معین بیان می‌کند. مقدار در معرض خطر در سطح احتمال α، به‌صورت

$$VaR(\alpha) = F^{-1}(\alpha) \qquad (2)$$

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

در نظر گرفته می‌شود، که در آن $F^{-1}(\alpha)$ صدک $q = 1 - \alpha$ ام توزیع خسارات است (داود، ۲۰۰۲). برای محاسبهٔ مقدار در معرض خطر روش‌های مختلف پارامتری و ناپارامتری وجود دارد. در روش‌های پارامتری لازم است توزیع داده‌ها تشخیص داده شود و مقدار در معرض خطر با توجه به فرض‌هایی که در مورد توزیع خسارت‌ها در نظر گرفته می‌شود، محاسبه می‌شود. در صورتی که در روش‌های ناپارامتری نیاز به هیچ گونه فرضی در مورد توزیع داده‌ها نیست و مقدار در معرض خطر با توجه به خسارت‌های ثبت شده گذشته برآورد می‌شود. یکی از ساده‌ترین روش‌های ناپارامتری، روش شبیه‌سازی تاریخی[۴] است، که در آن تابع توزیع خسارت‌ها F، با استفاده از تابع توزیع نمونه‌ای خسارت‌های گذشته محاسبه می‌شود (سیتا، ۲۰۰۷). روش دیگر، روش پارامتری واریانس-کوواریانس است که تنها نیازمند برآورد میانگین و انحراف معیار خسارت‌هاست. ابتدا فرض می‌شود خسارت‌ها از فرآیند تصادفی $\ell_t = \mu_t + \epsilon_t$ پیروی می‌کنند، که در آن ϵ_t دارای توزیع F با میانگین صفر و واریانس σ_t^2 است. سپس مقدار در معرض خطر به‌صورت

$$VaR(\alpha) = \hat{\mu}_t + F^{-1}(\alpha)\hat{\sigma}_t \qquad (۳)$$

محاسبه می‌شود، که در آن $\hat{\mu}_t$ و $\hat{\sigma}_t$ به ترتیب برآورد میانگین و انحراف معیار خسارت‌ها هستند.

دراین مقاله تابع توزیع F به دو صورت شرطی و غیرشرطی در نظر گرفته می‌شود. در روش غیرشرطی توزیع خسارت‌ها نرمال در نظر گرفته می‌شود و میانگین و واریانس آن به‌صورت

$$\hat{\mu_t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ell_i, \qquad \hat{\sigma_t^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\ell_i - \mu_t)^2.$$

براساس مشاهدات نمونه‌ای برآورد می‌شود. در روش شرطی، خسارت‌ها به صورت یک سری زمانی در نظر گرفته می‌شوند و به جای واریانس نمونه، از مدل GARCH(1,1) برای برآورد واریانس شرطی استفاده می‌شود (نگل و

[۴] Historical simulation

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

همکاران، ۲۰۱۰). واریانس در مدل GARCH(1,1) به صورت تابعی از توان دوم عامل تغییرات (خطا) دورهٔ قبل ϵ_{t-1}^2 و واریانس شرطی دورهٔ قبل σ_{t-1}^2 به‌صورت

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad \alpha_1, \beta_1 > 0, \alpha_1 + \beta_1 < 1. \qquad (۴)$$

تعریف می‌شود، که در آن α_0 مقدار ثابت، α_1 ضریب رگرسیونی نوسانات دورهٔ قبل و β_1 ضریب رگرسیونی واریانس آخرین دوره را نشان می‌دهند. بررسی‌های مختلف بر روی سری‌های مالی نشان می‌دهند که این مدل برای برازش داده‌های مالی بسیار مناسب است (دنیلسون و موری موتو، ۲۰۰۰ و انگل و همکاران، ۲۰۱۰). در این‌جا این مدل به دو صورت با خطاها نرمال و تی استیودنت در نظر گرفته شده است.

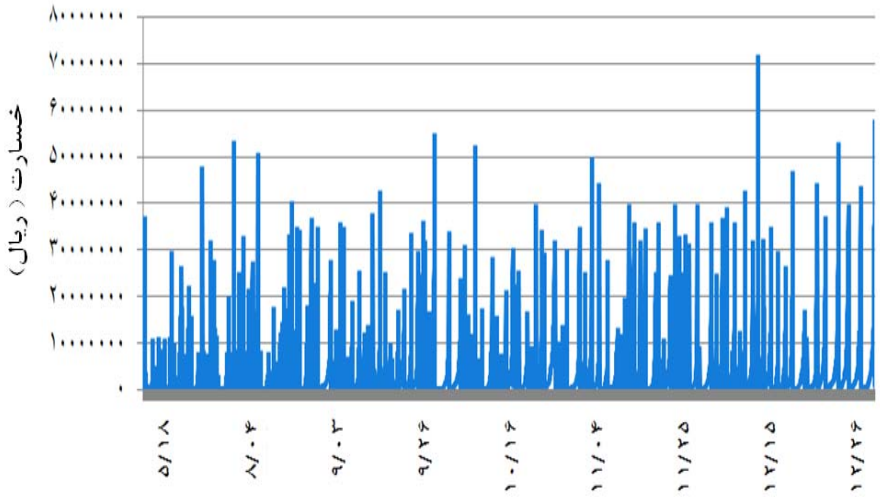
۴ تحلیل داده‌ها

در این بررسی از۵۰۰۰ خسارت روزانه ثبت شده بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران در سال ۱۳۸۸ استفاده شده است. ابتدا ماهیت توزیع خسارت‌ها بررسی می‌شود، سپس با استفاده از سه چارچوب متحرک، مقدار در معرض خطر در پنج سطح احتمال مختلف محاسبه و در نهایت برآوردهای حاصل از شش روش، مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نمودار خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران در سال ۱۳۸۸ در شکل ۱ نشان داده شده است. میانگین و واریانس به ترتیب برابر با$۱۰^۷ \times ۳/۰۳۰۸$ و $۱۰^۷ \times ۶/۰۶۷$ ریال است. بالا بودن واریانس، نشان دهندهٔ نوسان‌های بالای خسارت‌های روزانه است. بافت‌نگار خسارت‌های روزانه در شکل ۲ نشان دهندهٔ دم کلفت بودن توزیع است. با توجه به نتایج آزمون نیکویی برازش توزیع نرمال در جدول ۱، ملاحظه می‌شود که این توزیع برازش خوبی بر داده‌ها ندارد. به علاوه آزمون نیکویی برازش توزیع نرمال به داده‌ها یا $z-$ مقدار کمتر از ۰/۰۰۱ بیانگر غیر نرمال بودن داده‌ها است.

برآورد پارامترها برای مدل‌های GARCH(1,1) و GARCH(1,1)-t در جدول ۲ ارائه شده است.

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

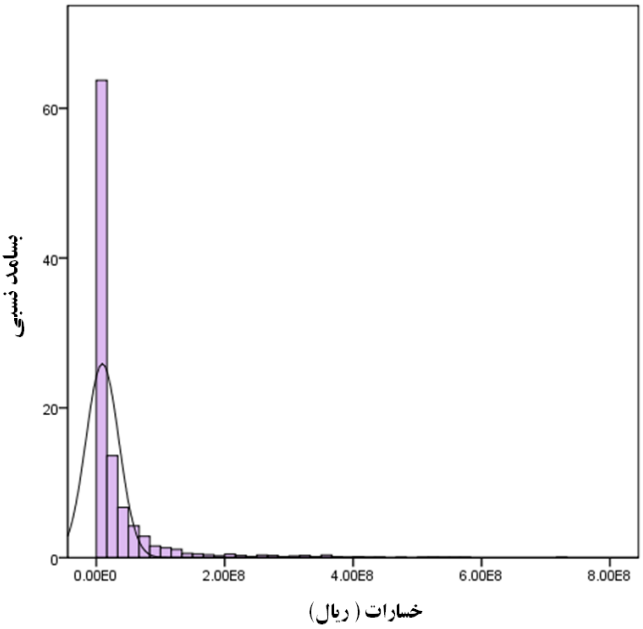


شکل ۱: خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران در سال ۱۳۸۸. محور افقی تاریخ ثبت خسارت و محور عمودی مقدار خسارت (ریال) است.

آزمون‌های خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی توان دوم، وجود نوسان‌های گروهی در میان خسارت‌ها را نشان می‌دهند. بنابراین مدل‌هایی مانند مدل GARCH باید برای برازش توزیع خسارت‌ها مورد استفاده قرار گیرند. برای اجرای روش نظریه مقدار کرانگینی مقدار حدی به صورتی تعیین شده است که حدوداً ۱٪ داده‌ها بالاتر از مقدار حدی قرار گیرند. این مقدار حدی متناظر با مقدار خسارت ۳۳۱۸۵۲۰۰۰ ریال است. برای تحلیل مقادیر کرانگین از بستهٔ $EVIM$ در نرم‌افزار $Matlab$، ارائه شده توسط جینکی و همکاران (۲۰۰۳)، استفاده شده است. نمودار میانگین مازاد[۵] برای خسارت‌های روزانه در شکل ۳ نشان داده شده است. با توجه به اینکه میانگین‌های مازاد کرانگین تنها مربوط به میانگین تعداد اندکی از خسارت‌ها هستند، این مقادیر می‌توانند باعث انحراف نمودار از شکل واقعی آن شوند. بنابراین به منظور بررسی روند نمودار میانگین مازاد، تعدادی از بزرگترین میانگین‌های اضافی حذف شده‌اند. شیب مثبت این نمودار نشان دهنده این است که خسارت‌ها

۵ Mean excess plot

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]



شکل ۲: بافت نگار و منحنی توزیع نرمال برازش شده بر خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران.

از توزیع پارتو تعمیم‌یافته پیروی می‌کنند.

جدول۳ برآورد ماکسیمم درستنمایی پارامترهای توزیع پارتو تعمیم‌یافته را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه برآورد پارامتر شکل مثبت است، می‌توان نتیجه گرفت که توزیع خسارت‌ها دم کلفت است. نمودار Q-Q خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت در مقابل صدک توزیع پارتو تعمیم‌یافته با پارامتر شکل ۰/۱۷ در شکل ۴ نشان داده شده است. آزمون نیکویی برازش یا $z-$ مقدار ۰/۴۲۸، بیانگر آن است که دنباله سمت راست توزیع خسارت‌های مازاد ۳۳۱۸۵۲۰۰۰ ریال، به خوبی با توزیع پارتو تعمیم یافته تقریب زده شده است. در مدل توزیع پارتو تعمیم‌یافته سازوار[۶]، پارامتر شکل با روش سازوار (واگنر، ۲۰۰۰) برآورد شده برابر با ۰/۱۷۰۶ است. با توجه به این که این برآورد تفاوت چندانی با برآورد ماکسیمم درستنمایی ندارد، نتایج آزمون نیکویی برازش به‌دست آمده فوق را می‌توان به این مدل نیز تعمیم داد. برآورد مقدار

[۶] Adaptive generalized pareto distribution

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

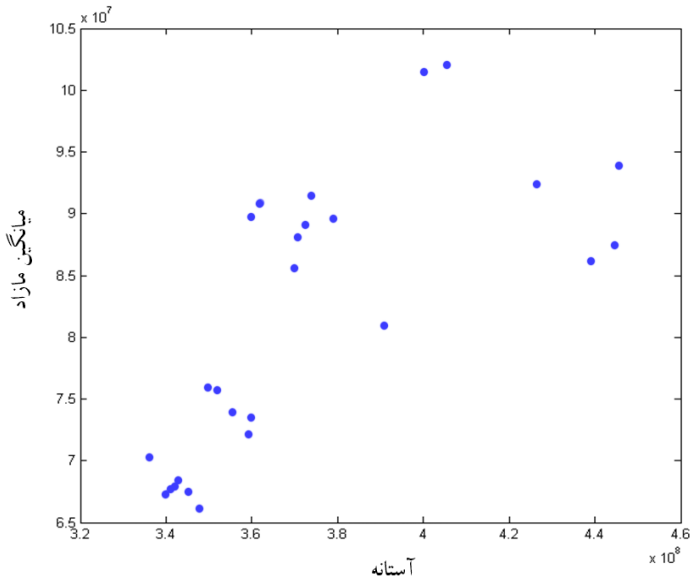
[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

جدول ۱: آماره‌های آزمون نیکویی برازش به روش برازش منحنی برای توزیع نرمال

ضریب تعیین	ضریب تعیین تعدیل شده	حداقل مجموع مربعات	حد معنی‌داری
۰/۵۱۰۵	۰/۵۱۰۴	$۴/۲۴ \times ۱۰^{۷}$	۰/۰۰۰

جدول ۲: برآورد پارامترهای مدل‌های GARCH(1,1) و GARCH(1,1)-t

مدل	$\beta_۱$	$\alpha_۱$	$\alpha_۰$
GARCH(1,1)	۰/۰۰۵۳	۰/۹۹۴۷	$۳/۶۸۰۲ \times ۱۰^{۱۴}$
GARCH(1,1)-t	$۶/۱۷۲۹ \times ۱۰^{-۴}$	۰/۹۹۹۴	$۳/۶۸۰۲ \times ۱۰^{۱۴}$



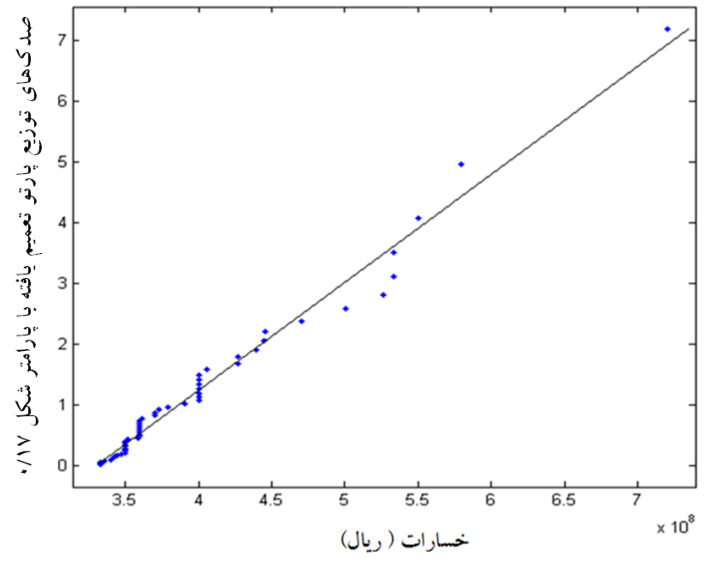
شکل ۳: نمودار میانگین مازاد برای مقادیر مازاد خسارت ۳۳۱۸۵۲۰۰۰ ریال. محور افقی مقدار خسارت و محور عمودی میانگین مازاد متناظر با آن است.

جدول ۳: پارامترهای توزیع پارتو تعمیم یافته برای خسارت‌های روزانه

u	n_u	ξ	$s.e$	β	$s.e$
۳۳۱۸۵۲۰۰۰	۵۶	۰/۱۷۰۶	۰/۱۶۹۳	۵۴۲۰۶۱۷۲	۱۶۶۴×۱۰^{۷}

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]



شکل ۴: نمودار خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت در مقابل صدک توزیع پارتو تعمیم یافته با پارامتر شکل ۰/۱۷.

در معرض خطر برای تمام مدل‌ها در پنج سطح اطمینان ۵، ۲/۵، ۱، ۰/۵ و ۰/۱ درصد محاسبه می‌شود. ابتدا سه چارچوب متحرک با اندازه‌های ۵۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰ در نظر گرفته، سپس مقدار در معرض خطر با استفاده از مشاهدات این چارچوب‌ها برآورد می‌شود. برای مثال، برای چارچوب با اندازه ۵۰۰، اولین روز تا ۵۰۰ امین روز را در نظر گرفته، سپس با روش مورد نظر برآورد برای روز ۵۰۱ام به‌دست آورده شده است. در مرحله بعد بر اساس مشاهدات روزهای دوم تا ۵۰۱ ام، برآورد برای روز ۵۰۲ ام به‌دست می‌آید. در مرحله نهایی کارایی نسبی هر مدل با توجه به نسبت خطای مدل از تقسیم تعداد خسارت‌هایی که از برآورد محاسبه شده بزرگ‌تر هستند، بر تعداد کل برآوردها محاسبه می‌شود. نسبت خطای نزدیک‌تر به همان سطح اطمینان ترجیح داده می‌شود. جدول ۴ نسبت خطا را برای چارچوب با اندازه‌های مختلف نشان می‌دهد. اعداد درون پرانتز رتبه‌های مربوط به شش روش برای هر سطح احتمال هستند. نسبت خطای مورد انتظار برابر با همان سطح

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]
[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

احتمال است. نتایج نشان می‌دهند که برای چارچوب با ۵۰۰ مشاهده، روش واریانس-کوواریانس با توزیع نرمال و مدل GARCH(1,1) به جز در صدک ۰/۹۵ بدترین نتایج را دارند. در صدک ۰/۹۷۵ مدل پارتو تعمیم یافته سازوار بهترین نتیجه را با نسبت خطای ۲/۲۴ دارد. در صدک ۰/۹۹ روش شبیه‌سازی تاریخی بهترین نسبت خطا را دارد و در صدک ۰/۹۹۵ مدل پارتو تعمیم‌یافته بهترین مدل است. در صدک ۰/۹۹۹ نیز مدل $t-$GARCH(1,1) بهترین کارایی را دارد. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌های پارتو تعمیم‌یافته و روش شبیه‌سازی تاریخی بهترین نسبت خطا را برای صدک‌های بالاتر از ۰/۹۷۵ داشته‌اند.

برای چارچوب ۱۰۰۰ مشاهده روش واریانس-کوواریانس و مدل GARCH(1,1) بدترین کارایی را برای صدک‌های بالاتر از ۰/۹۵ دارند. مدل پارتو تعمیم‌یافته سازوار بهترین نسبت خطا را برای صدک ۰/۹۷۵ ارائه می‌دهد. روش شبیه‌سازی تاریخی نیز بهترین نتیجه را در صدک ۰/۹۹ داراست. در صدک ۰/۹۹۵ مدل $t-$GARCH(1,1) بهترین نسبت خطا را نتیجه می‌دهد که بعد از آن مدل پارتو تعمیم‌یافته با تفاوت اندکی در رتبه دوم قرار می‌گیرد. در صدک ۰/۹۹۹ نیز، مدل پارتو تعمیم‌یافته سازوار و روش شبیه‌سازی تاریخی بهترین کارایی را دارند. برای چارچوب متحرک ۱۵۰۰ مشاهده روش واریانس-کوواریانس و مدل GARCH(1,1) همچنان بدترین نتایج را برای صدک‌های بالاتر از ۰/۹۵ ارائه می‌دهند. روش شبیه‌سازی تاریخی بهترین نتیجه را برای صدک‌های ۰/۹۷۵ و ۰/۹۹ نتیجه می‌دهد. در صدک ۰/۹۹۵ مدل پارتو تعمیم‌یافته سازوار بهترین کارایی را دارد. درصدک ۰/۹۹۹ نیز، روش شبیه سازی تاریخی و بعد از آن مدل‌های پارتو تعمیم‌یافته بهترین نسبت خطا را داشته‌اند. همچنین برآوردهای به‌دست آمده از مدل‌های توزیع پارتو تعمیم‌یافته در صدک ۰/۹۵، در چارچوب ۱۵۰۰ مشاهده، نسبت به دو چارچوب قبلی دقیق‌تر می‌باشند. بنابراین دراین مدل‌ها، هر چه تعداد مشاهدات بیشتر باشد برآورد مقدار در معرض خطر در صدک‌های پایین‌تر دقیق‌تر خواهد بود.

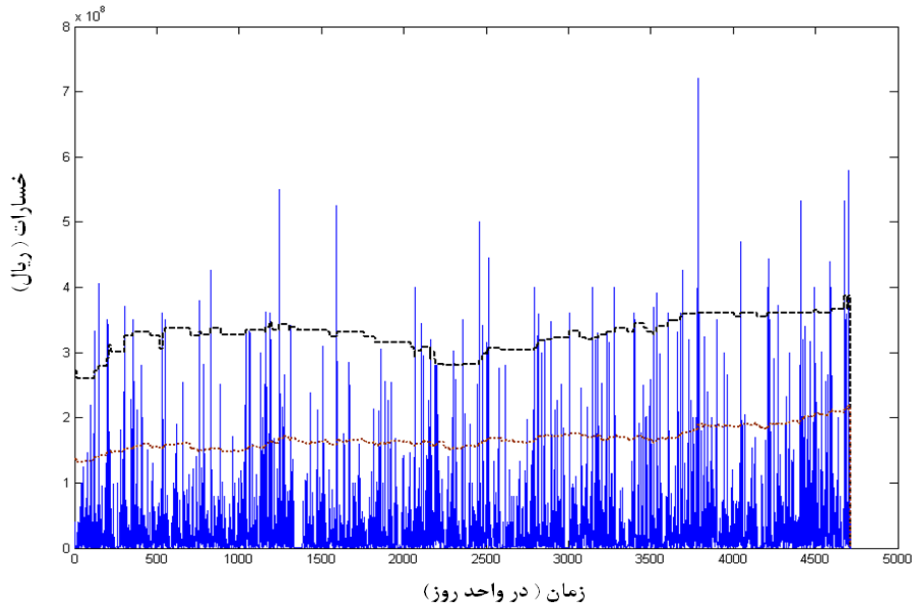
برآوردهای حاصل از شش مدل در سطح اطمینان ۱٪ و با چارچوب متحرک ۱۰۰۰ مشاهده در شکل‌های ۵ تا ۷ نشان داده شده است. شکل ۵ برآورد مقدار در معرض خطر را با روش‌های واریانس- کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نشان

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

می‌دهد. تمام این مدل‌ها برآوردهای نسبتاً پایداری را ارائه می‌دهند. هممچنین می‌توان مشاهده کرد که روش واریانس-کوواریانس مقدار در معرض خطر را کم برآورد می‌کند. پیش‌بینی‌های ارزش در معرض خطر مدل‌های GARCH(1,1) و GARCH(1,1)$-t$ در شکل ۶ نشان داده شده است. هر دو مدل برآوردهایی با نوسان‌های بالا را ارائه می‌دهند. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که مدل GARCH(1,1)$-t$ مقدار در معرض خطر را بیش‌برآورد می‌کند.

مقایسه مدل‌های GARCH(1,1)$-t$ و پارتو تعمیم‌یافته در شکل ۷ نشان می‌دهد که مدل پارتو تعمیم‌یافته برآوردهای پایدارتری را ارائه می‌دهد.



شکل ۵: خسارت‌های روزانه (خط)، برآورد مقدار در معرض خطر با روش واریانس-کوواریانس (نقطه چین) و روش شبیه‌سازی تاریخی (خط چین).

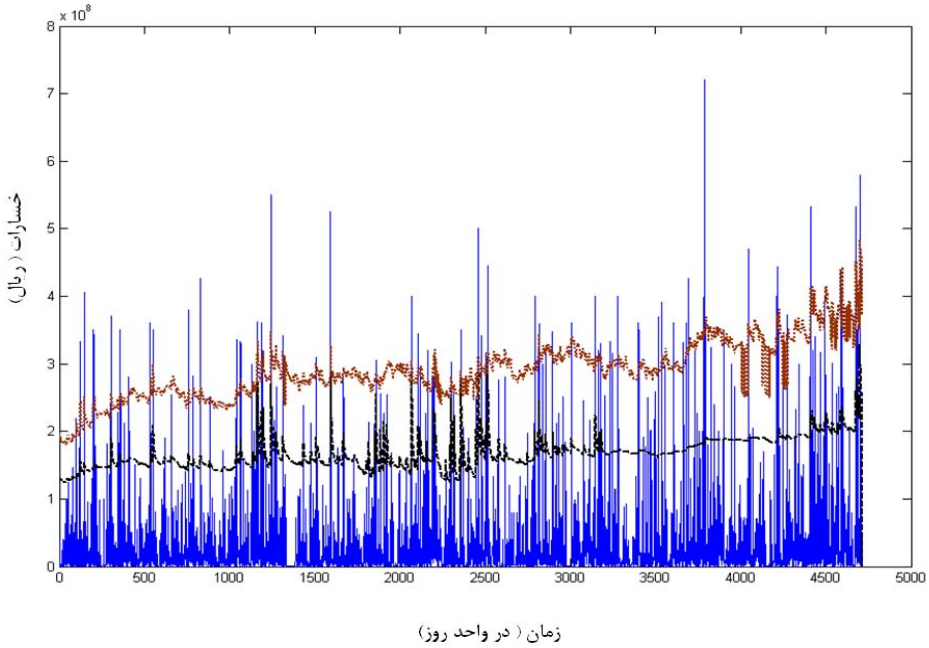
[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

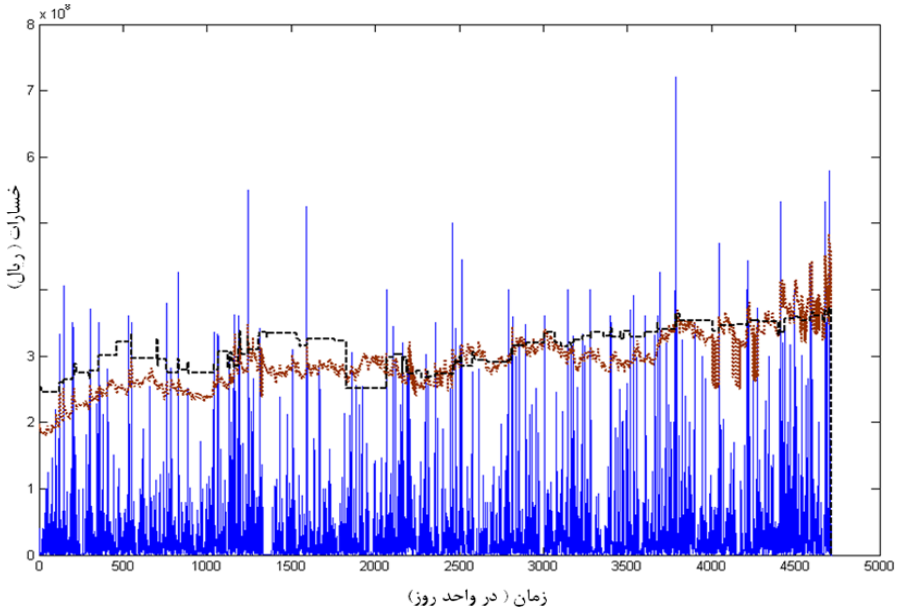
[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0] [Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

جدول ۴: نسبت خطا برای خسارت‌های روزانه در چارچوب متحرک ۵۰۰ مشاهده (به درصد)

اندازهٔ چارچوب	مدل	α ٪۵	رتبه	α ٪۲/۵	رتبه	α ٪۱	رتبه	α ٪۰/۵	رتبه	α ٪۰/۱	رتبه
۵۰۰	شبیه‌سازی تاریخی	۵/۳۹	(۱)	۲/۸	(۲)	۱/۱۷	(۱)	۰/۶۵	(۲)	۰/۱۷	(۲)
	نرمال	۵/۳۹	(۱)	۴/۶۶	(۵)	۳/۹۵	(۵)	۳/۵۵	(۵)	۲/۹۲	(۴)
	مدل GARCH(1,1)	۵/۵۶	(۲)	۴/۷۸	(۶)	۳/۹۵	(۵)	۳/۵۵	(۵)	۲/۸۴	(۳)
	مدل GARCH(1,1)-t	۴/۳۲	(۳)	۳/۰۳	(۳)	۱/۷۶	(۴)	۰/۷۷	(۳)	۰/۱۲	(۱)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته	۹/۸۹	(۵)	۳/۲۹	(۴)	۱/۵۳	(۳)	۰/۵۷	(۱)	۰/۱۷	(۲)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته سازوار	۲/۷	(۴)	۲/۲۴	(۱)	۱/۴۹	(۲)	۰/۹۳	(۴)	۰/۱۷	(۲)
۱۰۰۰	شبیه‌سازی تاریخی	۵/۶۸	(۴)	۲/۷۱	(۲)	۱/۱۸	(۱)	۰/۶۸	(۳)	۰/۱۱	(۱)
	نرمال	۵/۵۳	(۲)	۴/۸۵	(۶)	۳/۹۰	(۶)	۳/۵۶	(۶)	۳/۰۱	(۵)
	مدل GARCH(1,1)	۵/۴۷	(۱)	۴/۷۱	(۵)	۳/۷۱	(۵)	۳/۳۷	(۵)	۲/۳۹	(۴)
	مدل GARCH(1,1)-t	۴/۳۶	(۳)	۲/۹۰	(۳)	۱/۵۴	(۳)	۰/۵۳	(۱)	۰	(۳)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته	۹/۷۷	(۶)	۳/۳۱	(۴)	۱/۵۷	(۴)	۰/۵۵	(۲)	۰/۱۵	(۲)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته سازوار	۲/۸۸	(۵)	۲/۳۳	(۱)	۱/۴۴	(۲)	۰/۱۸	(۴)	۰/۱۱	(۱)
۱۵۰۰	شبیه‌سازی تاریخی	۵/۶۹	(۵)	۲/۷۷	(۱)	۱/۱۸	(۱)	۰/۶۴	(۲)	۰/۱۴	(۱)
	نرمال	۵/۶۰	(۳)	۴/۹۳	(۶)	۴/۰۸	(۵)	۳/۶۷	(۶)	۳/۰۶	(۴)
	مدل GARCH(1,1)	۵/۶۷	(۴)	۴/۸۸	(۵)	۴/۲۵	(۶)	۳/۶۵	(۵)	۳/۱۱	(۵)
	مدل GARCH(1,1)-t	۴/۴۸	(۲)	۲/۹۰	(۳)	۱/۵۴	(۴)	۰/۵۳	(۳)	۰	(۳)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته	۴/۵۶	(۱)	۳/۲۹	(۴)	۱/۶۱	(۳)	۰/۵۵	(۱)	۰/۱۷	(۲)
	توزیع پارتو تعمیم‌یافته سازوار	۴/۵۶	(۱)	۲/۰۶	(۲)	۱/۳۱	(۲)	۰/۷۱	(۴)	۰/۱۷	(۲)



شکل ۶: خسارت‌های روزانه(خط)، برآورد مقدار در معرض خطر با استفاده ه از مدل‌های $t-\mathrm{GARCH}(1,1)$ (نقطه چین) و $\mathrm{GARCH}(1,1)$ (خط چین).



شکل ۷: خسارت‌های روزانه(خط)، برآورد مقدار در معرض خطر با استفاده از مدل $t-\mathrm{GARCH}(1,1)$ (نقطه چین) و مدل پارتو تعمیم‌یافته (خط چین).

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

بحث و نتیجه‌گیری

تحلیل مقادیر کرانگین نشان دهنده دم کلفت بودن توزیع خسارت‌ها است، که با استفاده از نظریه مقدار کرانگینی توزیع پارتو تعمیم‌یافته به خوبی به خسارت‌ها برازش داده شد. همچنین خود همبستگی و نوسانات گروهی در میان خسارت‌های روزانه دیده می‌شود. مقدار در معرض خطر برای خسارت‌های روزانه بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران با استفاده از شش مدل پارتو تعمیم‌یافته و پارتو تعمیم‌یافته سازوار، GARCH(1,1) و GARCH(1,1)$-t$، روش شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس-کوواریانس با توزیع نرمال به‌دست آورده شد. نتایج نشان می‌دهند که از میان روش‌های پارامتری، مدل‌های پارتو تعمیم‌یافته کارایی بسیار خوبی برای برآورد مقدار در معرض خطر در صدک‌های بالا را دارند. مدل GARCH(1,1)$-t$ نیز در مرتبه دوم قرار می‌گیرد. هر چند باید توجه کرد که این مدل مقدار در معرض خطر را بیش‌برآورد می‌کند. روش شبیه‌سازی تاریخی نیز به‌عنوان یک روش ناپارامتری برآوردهای دقیقی را ارائه می‌دهد. روش واریانس-کوواریانس با توزیع نرمال و مدل GARCH(1,1) در صدک‌های بالاتر از ۰/۹۵ کارایی ضعیفی دارند و مقدار در معرض خطر را کم‌برآورد می‌کنند. به این نکته نیز باید توجه کرد که مدل‌های GARCH(1,1) برآوردهای با نوسانات بالاتری را نسبت به دیگر مدل‌ها ارائه می‌دهند، و این امر موجب می‌شود که اجرای این روش‌ها در عمل محدود شود. پیشنهاد می‌شود برای برآورد خسارت‌ها یا ریسک‌هایی که با احتمال کمتری اتفاق می‌افتند از روش‌هایی مانند روش نظریه مقدار کرانگینی استفاده شود. برای بررسی‌های بیشتر در این زمینه پیشنهاد می‌شود از روش‌های تعمیم‌یافته دیگری که براساس نظریه مقدار کرانگینی می‌باشند، مانند روش GARCH-EVT برای برآورد مقدار در معرض خطر استفاده شود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از داوران محترم که با پیشنهادهای ارزندهٔ خود موجب بهبود مقاله گردیدند، کمال تشکر و سپاس‌گزاری را دارند.

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

مراجع

محمودیان، ب. و گل‌علی‌زاده، م. (۱۳۸۸)، تحلیل بیزی مقادیر کرانگین با استفاده از اسپلاین در مدل آمیخته تعمیم‌یافته، مجله علوم آماری، جلد **۳**، شماره ۱، ۹۵-۱۰۹.

مصطفایی، ح. و صفایی، م. (۱۳۸۸)،مقایسه مدل‌های اتورگرسیو تبدلی مارکف و آستانه‌ای خود متحرک برای نوسان‌های نرخ ارز ایران، مجله علوم آماری، جلد **۳**، شماره ۲، ۱۸۴-۱۷۳.

Balkema, A., L. de Haan, (1974), Residual Lifetime at Great Age, *Annals of Probability*, **2**, 792-804.

Basel, (1996), Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk, *Basel Committee on Banking Supervision*, Basel.

Brodin, E., (2008), Extreme Value Theory in Finance, *Encyclopedia of Quantitive Risk and Assessment*, **1**, 431-445.

Danielsson, J., Morimoto, J. (2000), Forecasting Extreme Financial Risk: a Critical Analysis of Practical Methods for the Japanese Market, *Monetary Economic Studies*, **12**, 25-48.

Dowd, K., (2002), *An Introduction to Market Risk Measurement*, Wiley, Chichester.

Embrechts, P., (2000), Extreme Value Theory: Potentials and Limitations as an Integrated Risk Management Tool, *Derivatives Use, Trading and Regulation*, **6**, 449-456.

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

Embrechts, P., Resnick, S., Samorodnitsky, G., (1999). Extreme Value Theory as a Risk Management Tool, *North American Actuarial Journal*, **3**, 30-41.

Engle, R. F.,Watson, M., Bollerslev, T., Russell, J., (2010), *Volatility and Time Series Econometrics*, Oxford University Press, New York.

Gencay, R., F. Selcuk, (2004), Extreme Value Theory and Value-at-Risk: Relative Performance in Emerging Markets, *International Journal of Forecasting*, **20**, 287-303.

Gencay, R., F. Selcuk, A. Ulugclya gc, (2003), EVIM: a Software Package for Extreme Value Analysis in Matlab, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, **5**, 213-239.

Gencay, R., Selcuk, F., Ulugclyagc, A., (2003), High Volatility, Thick Tails and Extreme Value Theory in Value-at-Risk Estimations, *Insurance: Mathematics and Economics*, **33**, 337-356.

McNeil, A., (1999), Extreme Value Theory for Risk Manager, *International Modeling and CAD*, **2**, 93-118.

McNeil, A., (1997), Estimating the Tails of Loss Severity Distributions Using Extreme Value Theory, *ASTIN Bulletin*, **27**,1117-1137.

McNeil, A., Frey, R., (2000), Estimation of Tail-Related risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach, *Empirical Finance*, **7**, 271-300.

Nelson, D.B., (1991), Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach, *Econometrica*, **59**, 347-370.

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

Pickands, J., (1975), Statistical Inference Using Extreme Order Statistics, *Annals of Statistics*, **3**, 119-131.

Reiss, R., M. Thomas, (1997), *Statistical Analysis of Extreme Values: With Application to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, Birkhauser Verlag, Berlin.

Saita, F., (2007), *Value at Risk and Bank Capital Management*, Elsevier, Burlington.

Wagner, N., (2000), On Adaptive Tail Index Estimation for Financial Return Models, *Research Program in Finance, Working Paper RPF-295*, UC Berkeley.

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]

Journal of Statistical Sciences, Spring & Summer 2010 **144**

Vol. 4, No. 1, pp 59-76.

The Application of Extreme Value Theory in Value at Risk Estimation: The Case of Liability Insurance Claims in Iran Insurance Company

Mahdavi, G. and Majedi, Z.

ECO College of Insurance, Allame Tabatabaie University, Tehran, Iran.

Abstract: In the insurance industry, determining the appropriate amount of capital to hold in order to cover the unexpected future losses and also protect policyholders is very crucial. Providing a general risk indicator such as VaR is essential for investors to manage the risk in a financial institution. In this study the performance of the extreme value theory in value-at-risk calculations is compared to the performances of GARCH(1,1) and GARCH(1,1)-t, historical simulation and Variance-Covariance models. The GARCH(1,1) and GARCH(1,1)-t models lead to highly volatile quantile forecasts, while historical simulation, Variance-Covariance, adaptive and non-adaptive generalized Pareto distribution models provide more stable quantile forecasts. In general GARCH(1,1)-t, generalized Pareto distribution models and historical simulation are preferable for most quantiles.

Keywords: Value-at-risk , Extreme value theory, GARCH model, Historical simulation, Variance- Covariance.

Mathematics Subject Classification (2010): 62G32; 62F40; 62M10

[Downloaded from irstat.ir on 2026-11-05]

[DOR: 20.1001.1.17358183.1389.4.1.12.0]