مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۹۹
جلد ۱۴، شماره ۱، ص ۱ – ۲۲
DOI: 10.29252/jss.14.1.1

تعیین راهکار بازرسی و جایگزینی پیشگیرانه یک سیستم موازی با ازکار افتادگی پنهان

رضا احمدی

دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱/۱۳

چکیده: دراین پژوهش به مطالعه نگهداری یک سیستم موازی با n مولفه پرداخته شده است. از مشخصه سیستم مورد مطالعه تشخیص ازکارافتادگی سیستم و مولفه‌های آن تنها در زمان‌های بازرسی است. از جمله این سیستم‌ها می‌توان به سیستم‌های ایمنی راکتور هسته‌ای، دستگاه اعلائم خطر آتش‌سوزی اشاره کرد. از مفروضات مدل، دوره‌ای بودن بازرسی سیستم با طول دوره τ است. بازرسی سیستم به منظور شناسایی تعداد مولفه‌های از کار افتاده سیستم و اتخاذ تصمیم جایگزینی اصلاحی و پیشگیرانه با توجه به وضعیت سیستم مشاهده شده صورت می‌گیرد. از جمله مزیت‌های مدل پیشنهادی بررسی راهکار جایگزینی پیشگیرانه آستانه‌ای است. چون دوره بازرسی τ و آستانه جایگزینی پیشگیرانه j کنترل کننده سطح و هزینه نگهداری هستند، با حفظ حداقل سطح نگهداری، هدف کمینه کردن میانگین هزینه در واحد زمان با تعیین مقادیر بهینه است. در ادامه با ارائه مثالی، کاربرد و برتری مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های خاص در مورد سیستم‌های موازی با توزیع طول عمر وایبل نشان داده می‌شود. در انتها حساسیت مدل از جمله تابع هدف و طول دوره بهینه بازرسی سیستم نسبت به وضعیت شروع سیستم، آستانه جایگزینی پیشگیرانه و پارامتر هزینه مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: بازرسی دوره‌ای، جایگزینی پیشگیرانه، تجدید پاداش، سیستم موازی، ازکارافتادگی پنهان.

آدرس الکترونیکی نویسنده مسئول مقاله: رضا احمدی، Ahmadi_Reza@iust.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): 90B25، 60K10

۱ مقدمه

در این تحقیق مدلی جامع برای تعیین راهکار بازرسی و نگهداری و تعمیر (نت) سیستمی موازی شامل n مولفه ارائه می‌شود. از مشخصه سیستم مورد مطالعه تشخیص وضعیت بقاء مولفه‌های سیستم و از این رو تعیین وضعیت سیستم تنها در زمان بازرسی‌های سیستم است. از جمله این سیستم‌ها می‌توان به سیستم‌های ایمنی راکتور هسته‌ای، سیستم خنک کننده قلب راکتور، دستگاه‌های اعلام خطر آتش‌سوزی و دستگاه‌های محافظ اشاره کرد. ویژگی مشترک این سیستم‌ها عدم از کار افتادگی سیستم به دنبال از کار افتادگی یک یا چند مولفه و همچنین شناسایی وضعیت سیستم و مولفه‌های آن تنها در زمان بازرسی سیستم است. لازم به ذکر است که ویژگی دوم ناشی از آشکار نبودن زمان از کار افتادگی (از کار افتادگی پنهان) سیستم و مولفه‌های سیستم است. بدیهی است که این دو ویژگی نه تنها ریسک عدم تشخیص به موقع از کار افتادگی سیستم بلکه مدت زمان در دسترس نبودن سیستم را افزایش می‌دهد. بنابراین مساله مورد بررسی ارائه راهکار بازرسی، نگهداری و تعمیر مناسبی است که از یک سو موجب تشخیص به موقع ازکارافتادگی سیستم و افزایش مدت زمان در دسترس بودن آن شود و از سوی دیگر هزینه حاصل از نگهداری سیستم را کمینه کند.

در طول دهه‌های اخیر، افزون بر بررسی قابلیت اعتماد یا نگهداری پیشگیرانه سیستم‌هایی با از کار افتادگی آشکار [1] (ایرانمنش و همکاران ، ۱۳۹۷؛ چهکندی ، ۱۳۹۸) برنامه ریزی نگهداری سیستم‌هایی با از کار افتادگی پنهان مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. به عنوان مثال، سیستم معادلات به منظور تعیین دنباله بازرسی بهینه مدل ابتدا توسط بارلو و همکاران (۱۹۶۳) تعمیم داده شد. با توجه به پیچیدگی الگوریتم پیشنهادی تحت عنوان الگوریتم BHM و همچنین محدودیت مدل شکست سیستم، محققانی چون ناکاگاوا و یاسوی (۱۹۸۰)، کلر (۱۹۷۴)، من فورد و شاهانی (۱۹۷۲) و چلبی و ایت-کدی (۱۹۹۸) با اصلاح تابع احتمال شرطی از کارافتادگی سیستم یا معرفی مفهوم تابع چگالی بازرسی سیستم به رفع معایب الگوریتم BHM پرداختند. جیان و جاردین (۲۰۰۵) با معرفی دو مدل بهینه، مدل‌های پیشنهادی و راهکارهای بازرسی بهینه کلاسیک را مقایسه کردند. نتایج نشان داد، مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل‌های کلاسیک دقیق‌تر، استوار و از لحاظ محاسباتی ساده‌تر است. لین هارت و همکاران (۲۰۰۸) نگهداری اصلاحی[2] و راهکار بازرسی دوره ای سیستمی با از کار افتادگی پنهان را مورد مطالعه قرار دادند. نرخ هزینه به عنوان معیار بهینه سازی به منظور تعیین پارامترهای بهینه مدل استفاده شده است. با

[1] Self-announcing failure
[2] Corrective maintenance

استفاده از میانگین هزینه نگهداری کل، تقی پور و کسائی (۲۰۱۶) یک مدل نگهداری برای تعیین فاصله بازرسی بهینه یک سیستم k از n پیشنهاد کردند. همچنین با فرض وابستگی بین مولفه‌های سیستم، لی و همکاران (۲۰۱۷) راهکار بهینه بازرسی سیستم را مورد مطالعه قرار دادند. چلبی و همکاران (۲۰۰۸) به معرفی مدل نگهداری با هدف تعیین طول فاصله بازرسی و نتیجتا بیشینه کردن مدت زمان در دسترس بودن سیستم پرداختند. هی و همکاران (۲۰۱۵) بازرسی دوره سیستم با هدف کمینه کردن هزین ایه نگهداری با توجه به پارامترهای نگهداری مدل را مورد بررسی قرار دادند. علاوه براین می‌توان به مدل‌های بازرسی بهینه، ارائه شده توسط رضائی (۲۰۱۷) و سید حسینی و همکاران (۲۰۱۸) اشاره کرد.

با هدف تعمیم مدل‌های نگهداری یاد شده در بالا، تلاش‌های اخیر محققان معطوف به تعیین راهکار بازرسی و همچنین جایگزینی پیشگیرانه [۳] سیستم‌هایی با از کار افتادگی پنهان شده است. به عنوان مثال، بابیشین و تقی پور (۲۰۱۶) با مدل بندی از کار افتادگی مولفه‌های سیستم توسط توزیع پواسن ناهمگن، راهکار بازرسی دوره‌ای یک سیستم k از n و همچنین راهکار جایگزینی پیشگرانه مولفه‌های سیستم را مورد مطالعه قرار دادند. اخیرا ایرانمنش (۲۰۱۷) یک نگرش جدید برای برنامه ریزی نگهداری سیستم‌های موازی ارائه کردند. هدف مدل تعیین فراوانی بهینه بازرسی و همچنین زمان جایگزینی پیشگیرانه سیستم با استفاده از اطلاعات جزئی است.

مرور مقالات موجود نشان دهنده این مطلب است که مدل‌های ارائه شده یا فاقد جایگزینی پیشگیرانه بوده یا معطوف به تعیین راهکار جایگزینی پیشگیرانه و راهکار بازرسی سیستم هستند. در این مقاله به روش آستانه‌ای و با استفاده از قضیه تجدید پاداش[۴] (راس ، ۱۹۷۰) به معرفی مدلی جامع جهت تعیین راهکار بازرسی و همچنین راهکار جایگزینی پیشگیرانه سیستم پرداخته شده است. ملاحظه خواهد شد که در مقایسه با مدل‌های یاد شده، ساختار پیشنهاد شده نه تنها امکان بررسی سناریوهای نگهداری و تعمیر مختلف را فراهم می‌کند، بلکه انعطاف‌پذیری قابل توجهی در تطبیق مدل پیشنهادی با شرایط واقعی را دارد.

هدف این تحقیق ارائه مدلی جامع برای بازرسی و نگهداری یک سیستم موازی n-مولفه‌ای است که از کار افتادگی سیستم و مولفه‌های آن تنها در زمان‌های بازرسی سیستم قابل شناسایی هستند. در مدل پیشنهادی مکانیسم نگهداری بر پایه سه مولفه یعنی طول دوره بازرسی τ، آستانه[۵] جایگزینی پیشگیرانه j و وضعیت سیستم[۶] $X(t)$ است که مولفه سوم که فرایند تصادفی است نشان دهنده تعداد مولفه‌های از

[3] Preventive replacement
[4] Renewal-Reward theorem
[5] Threshold
[6] System state

کارافتاده سیستم تا سن t سیستم است. به بیان دقیق تر وضعیت سیستم و مولفه‌های آن در زمان‌های معین با راهکار دوره‌ای $\Pi = \{k\tau : k = ۱, ۲, \cdots\}$ مورد بازرسی قرارگرفته و با توجه به وضعیت مشاهده شده، سیستم تحت نگهداری پیشگیرانه یا اصلاحی قرار می‌گیرد. تصمیم نگهداری به دنبال بازرسی و مشاهده وضعیت سیستم با توجه به سه مجموعه وضعیت $A_۰(j) = \{x, x+۱, \cdots, j-۱\}$، $A_۱(j) = \{j, j+۱, \cdots, n-۱\}$ و $A_n = \{n\}$ که افرازی از فضای وضعیت[۷] $\Omega = \{x, x+, . \cdots, n\}$ می‌باشد اتخاذ می‌شود: اگر در لحظه بازرسی t تعداد مولفه‌های از کار افتاده سیستم حداکثر برابر با $j-۱$ و حداقل برابر با تعداد مولفه‌های سیستم در لحظه شروع به کار سیستم (x: وضعیت شروع سیستم در مبدا زمان) باشد ($X(t) \in A_۰(j)$)، وضعیت سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند، سیستم تحت جایگزینی پیشگیرانه قرار می‌گیرد اگر حداقل j و حداکثر $n-۱$ مولفه از n مولفه سیستم شکست را تجربه کرده باشند ($X(t) \in A_۱(j)$) و سیستم با سیستم نو جایگزین می‌شود اگر سیستم در وضعیت شکست مشاهده شود ($X(t) \in A_n$) (جایگزینی اصلاحی). به منظور سادگی $\{a_۰\}$، $\{a_۱\}$ و $\{a_n\}$ اعمال نگهداری و تعمیر (نت) متناظر با سه تصمیم نگهداری و $\langle a, ۳\rangle = \{a_۰, a_۱, a_n\}$ فضای عمل [۸] مدل معرفی می‌شوند، همان طور که ملاحظه می‌شود سطح و هزینه نگهداری سیستم متاثر از مکانیسم تصمیم نت سیستم می‌باشد که توسط دو پارامتر نگهداری یعنی طول دوره بازرسی τ و آستانه جایگزینی پیشگیرانه j کنترل می‌شود. بنابراین مساله نگهداری تعیین پارامترهای بهینه (τ^*, j^*) با هدف ایجاد تعادل منطقی بین دو عامل سطح نگهداری و هزینه نگهداری است.

اگرچه برخی از مشخصه‌های مدل پیشنهادی شبیه مدل‌های نگهداری یاد شده است، اما مقاله در یک چهارچوب واحد مشخصه‌هایی را شامل شده که نه تنها مزیت‌های مدل‌های نگهداری بالا را پوشش می‌دهد بلکه امکان بررسی سناریوهای مختلف را فراهم می‌کنند. به بیان دقیق تر، مزیت‌های مدل ارائه شده و همچنین شباهت‌ها و تفاوت‌های آن با مدل‌های مذکور عبارتند از:

- در مقایسه با راهکار جایگزینی پیشگیرانه (مولفه‌های سیستم) مدل بابیشین و تقی پور (۲۰۱۶) و راهکار جایگزینی پیشگیرانه (سیستم) مدل ایرانمنش (۲۰۱۷) که به ترتیب با توجه به تعداد دفعات تعمیر کمینه [۹] سیستم و سن سیستم (جایگزینی سنی) تعریف شده اند، راهکار ابداعی جایگزینی پیشگیرانه سیستم در این مقاله، راهکار آستانه‌ای بر اساس متغیر وضعیت تک متغیره $X(t)$ (تعداد مولفه‌های ازکارافتاده سیستم تا سن t) بوده که در مقایسه با دو مدل یا شده، راهکار

[7] State space
[8] Action space
[9] Minimal repair

مذکور امکان مطالعه نگهداری سیستمهای چندمولفه‌ای ناهمگن را با استفاده از متغیر وضعیت چند متغیره فراهم می‌سازد.

- با استفاده از مبحث تجدید پاداش بدون فرض محدود کننده‌ای فرمول بندی نگهداری سیستم در یک چارچوب خاص از جمله مدل تصمیم نیمه-مارکف [۱۰] یا مدل تصمیم مارکف تا حدی قابل مشاهده[۱۱] صورت نگرفته است. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل نادرخانی و مکیس (۲۰۱۵) و مدل تانگ و همکاران (۲۰۱۵) اشاره کرد.

- فضای عمل و راهکار مدل پیشنهادی علاوه بر جایگزینی پیشگیرانه مدل (ایرانمنش ، ۲۰۱۷؛ بابیشین و تقی پور ، ۲۰۱۶) به مانند سایر مدل‌های یاشده شامل دو عمل عدم تعمیر و جایگزینی اصلاحی و همچنین راهکار بازرسی سیستم است.

- در مقایسه با مدل‌های نگهداری که معطوف به سیستم‌های تک مولفه‌ای یا دو مولفه‌ای (رضائی ، ۲۰۱۷؛ جیان و جاردین ، ۲۰۰۵؛ چلبی و همکاران ، ۲۰۰۸) هستند، ساختار سیستم مورد مطالعه مدل پیشنهادی سیستمی موازی با n مولفه (ایرانمنش ، ۲۰۱۷) بوده که قابل تعمیم به ساختار k از n با مولفه‌های مستقل (بابیشین و تقی پور ، ۲۰۱۶) یا وابسته (تقی پور و کسائی ، ۲۰۱۶) است.

- در مقایسه با مدل‌های نگهداری یاد شده بالا ساختار مدل پیشنهادی به روش آستانه‌ای از راه افراز فضای وضعیت به چهار مجموعه وضعیت انعطاف پذیری لازم برای گسترش فضای عمل (شامل شدن عدم تعمیر ،تعمیر جزئی[۱۲]، جایگزینی پیشگیرانه و جایگزینی اصلاحی) و همچنین راهکار نگهداری پیشگیرانه (شامل تعمیر جزئی پیشگیرانه و جایگزینی پیشگیرانه) را دارا است.

چارچوب کلی مدل به این شرح است که پس از مقدمه در بخش ۲ مفروضات مدل ارائه می‌شود. سپس در بخش بعد ساختار، توزیع طول عمر مولفه‌های سیستم و همچنین مکانیسم نگهداری سیستم معرفی می‌شوند. در بخش ۴، با استفاده از قضیه تجدید پاداش میانگین هزینه در واحد زمان (معیار بهینه‌سازی) فرمول بندی می‌شود. در بخش بعد الگوریتمی بازگشتی برای تعیین مولفه‌های معیار بهینه‌سازی یعنی متوسط هزینه در یک دوره تجدید و متوسط طول دوره تجدید ارائه می‌گردد. بخش ۶ به بررسی حالت‌های

[10] Semi-Markov decision
[11] Partially observable Markov decision
[12] Partial repair

خاص مدل پیشنهادی اختصاص داده شده است. با توجه به پارامترهای معلوم مدل، راهکار نت سیستم در بخش ۷ تعیین می‌شود. افزون بر این، به بررسی برتری مدل پیشنهادی بسبت به مدل‌های خاص پرداخته و حساسیت تابع هدف و طول دوره بهینه بازرسی نسبت به پارامترهای مدل از جمله وضعیت شروع سیستم و آستانه نگهداری مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در انتها نتیجه تحقیق و تحقیقات آتی بر پایه مدل پیشنهادی ارائه خواهد شد.

۲ مفروضات مدل

- سیستم مورد مطالعه سیستمی موازی شامل n مولفه است.
- طول عمر مولفه‌های سیستم متغیرهای مستقل و هم توزیع با تابع توزیع مشترک وایبل هستند.
- بازرسی سیستم دوره‌ای با طول دوره τ است.
- وضعیت بقاء مولفه‌ها و لذا وضعیت سیستم تنها در زمان بازرسی سیستم قابل شناسایی است.
- وضعیت سیستم توسط فرآیندی شمارشی $X(t)$ که معرف تعداد مولفه‌های ازکارافتاده سیستم تا سن t است توصیف می‌شود.
- جایگزینی پیشگیرانه سیستم از نوع آستانه‌ای بوده و با توجه به وضعیت سیستم قابل تعیین است.

۳ مدل‌بندی سیستم

سیستم مورد مطالعه یک سیستم موازی شامل n مولفه با طول عمرهای مستقل T_i و هم توزیع با تابع توزیع مشترک $F(t)$ هستند. وضعیت i-امین مولفه سیستم در زمان t توسط فرآیند تصادفی $X_i(t)$ با دو وضعیت در حال کار ۰ و شکست ۱ به صورت

$$X_i(t) = \begin{cases} ۰ & T_i > t \\ ۱ & T_i \leq t, \end{cases}$$

توصیف می‌شود. بنابراین فرآیند تصادفی $X(t) = \sum_{i=۱}^{n} X_i(t)$ ، که فرآیند وضعیت سیستم در سن t توصیف می‌شود معرف تعداد مولفه‌های از کار افتاده سیستم تا سن t است. در ادامه به توصیف فرآیند تصمیم نگهداری سیستم با فرض $X(۰) = x$ پرداخته می‌شود. فرض بالا بدان معنی است که در شروع

هر چرخه[۱۳] (فاصله زمانی بین دو جایگزینی متوالی) سیستم با $n-x$ مولفه شروع به کار می‌کند.

راهکار بازرسی سیستم به منظور تشخیص از کار افتادگی سیستم و مولفه‌های آن یک راهکار دوره‌ای $\Pi = \{k\tau : k = ۱, ۲, \cdots\}$ با دوره بازرسی τ است. در لحظه بازرسی وضعیت مولفه‌های سیستم و لذا وضعیت سیستم شناسایی شده و جایگزینی پیشگیرانه و جایگزینی اصلاحی با توجه به وضعیت مشاهده شده صورت می‌گیرد. به بیان دقیق‌تر اگر $X(t)$ وضعیت سیستم در زمان بازرسی t و مجموعه‌های

$$A_۰(j) = \{x, x+۱, \cdots, j-۱\}, \quad A_۱(j) = \{j, j+۱, \cdots, n-۱\}, \quad A_n = \{n\},$$

با مجموعه‌های عمل متناظر $\{a_۱\}$، $\{a_۰\}$ و $\{a_n\}$ به ترتیب افرازکننده فضای وضعیت Ω و فضای عمل $\langle a, ۳\rangle$ به صورت

$$\Omega = A_۰(j) \cup A_۱(j) \cup A_n, \quad \langle a, ۳\rangle = \{a_۰, a_۱, a_n\},$$

باشند، آنگاه به دنبال بازرسی سیستم وضعیت سیستم بدون تغییر باقی می‌ماندا‌گر $X(t) \in A_۰(j)$، سیستم در معرض جایگزینی پیشگیرانه یا جایگزینی اصلاحی قرار می‌گیرد اگر تعداد مولفه‌های از کار افتاده سیستم به ترتیب متعلق به مجموعه‌های وضعیت $A_۱(j)$ یا A_n باشد. همانگونه که ملاحظه می‌شود نوع نگهداری سیستم با توجه به آستانه جایگزینی پیشگیرانه j و تعداد مولفه‌های ازکارافتاده سیستم مشخصه سازی می‌شود.

۴ معیار بهینه‌سازی مدل: میانگین هزینه در واحد زمان

میانگین هزینه در واحد زمان به عنوان راهکار بهینه‌سازی به منظور تعیین آستانه بهینه جایگزینی پیشگیرانه j^* و دوره بازرسی بهینه τ^* با راهکار دوره‌ای Π استفاده می‌شود. چون زمان‌های جایگزینی، نقاط تجدید و زمان بین جایگزینی‌های متوالی تشکیل چرخه تجدید می‌دهند، با استفاده از قضیه تجدید پاداش، میانگین هزینه در واحد زمان حاصل تقسیم میانگین هزینه در یک چرخه تجدید بر میانگین طول چرخه تجدید است.

[13] Cycle

۱.۴ میانگین هزینه در یک چرخه تجدید

فرض کنید C_τ^x هزینه در یک چرخه تجدید با توجه به وضعیت شروع $X(\circ) = x$ باشد. فرض فوق بدان معنی است که سیستم با $n - x$ مولفه شروع به کار می‌کند. اگر در لحظه بازرسی τ وضعیت سیستم در مجموعه وضعیت $A_\circ(j)$ باشد وضعیت سیستم بدون تغییر باقی مانده و فرآیند با وضعیت شروع $X(\tau)$ آغاز به کار می‌کند. هزینه برنامه نگهداری فوق علاوه بر هزینه بازرسی $C_\circ$ شامل هزینه (آینده) در یک چرخه تجدید $C_\tau^{X(\tau)}$ با وضعیت شروع $X(\tau)$ است. اگر در لحظه بازرسی حداقل j از n مولفه (نه شامل n) سیستم شکست را تجربه کرده باشند، یعنی $X(\tau) \in A_۱(j)$، سیستم تحت جایگزینی پیشگیرانه قرار گرفته و تجدید صورت می‌گیرد. هزینه بالا شامل هزینه جایگزینی پیشگیرانه C_r و هزینه (آینده) در یک چرخه تجدید با وضعیت شروع $X(\tau) = \circ$ می‌شود. چنانچه در زمان بازرسی سیستم از کار افتاده باشد، سیستم تحت جایگزینی اصلاحی با هزینه C_R قرار می‌گیرد. علاوه بر هزینه C_R، شرکت صاحب سیستم در واحد زمان متحمل جریمه عدم تشخیص از کار افتادگی سیستم یعنی C_F خواهد شد. به عبارت دیگر رابطه

$$\begin{aligned} C_\tau^x &= (C_\circ + C_\tau^{X(\tau)})I(X(\tau) \in A_\circ(j)) \\ &+ (C_r + C_\tau^\circ)I(X(\tau) \in A_۱(j)) \\ &+ (C_R + C_F(\tau - T_{x:n}))I(X(\tau) \in A_n), \end{aligned}$$

برقرار خواهد بود، که در آن $T_{x:n}$ طول عمر متناظر با سیستمی موازی با $n - x$ مولفه و C_τ° به متوسط هزینه در یک دوره تجدید به دنبال جایگزینی پیشگیرانه سیستم و تعدیل وضعیت سیستم به وضعیت صفر اشاره دارد. بنابراین متوسط هزینه در یک چرخه تجدید $\mathcal{C}_\tau(j;x) = \mathbb{E}(C_\tau^x)$ به صورت

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_\tau(j;x) &= \sum_{u=x}^{j-۱}(C_\circ + \mathcal{C}_\tau(j;u))\mathcal{B}(u-x;n-x,F(\tau)) \\ &+ (C_r + \mathcal{C}_\tau(j;\circ))\sum_{u=j_x}^{n-۱}\mathcal{B}\big(u-x;n-x,F(\tau)\big) \\ &+ F_{n-x}(\tau)(C_R + C_F\mu(\tau;n-x)), \end{aligned} \tag{۱}$$

است، که در آن $\mathcal{B}\big(u-x; n-x, F(\tau)\big)$ احتمال تغییر وضعیت فرآیند از وضعیت شروع $X(\circ)=x$ به وضعیت $X(\tau)=u$ در لحظه بازرسی سیستم، τ، را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر،

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(u-x; n-x, F(\tau)) &= \mathbb{P}(X(\tau)=u|X(\circ)=x)\\ &= \binom{n-x}{u-x}F(\tau)^{u-x}(۱-F(\tau))^{n-u}.\end{aligned}$$

افزون براین، $j_x=\max(j,x)$ و جمله F_{n-x} و $\mu(\tau; n-x)$ به ترتیب به تابع توزیع طول عمر $T_{x:n}$، و میانگین طول عمر سپری شده سیستمی موازی با $n-x$ مولفه دلالت می‌کنند. توجه شود در حالت خاص که طول عمر مولفه‌های سیستم از توزیع وایبل با پارامترهای معلوم $(\alpha,\beta)=(۲,\sqrt{۲})$ تبعیت می‌کند می‌توان نوشت

$$\mu(\tau; n-x)=\frac{\int_\circ^\tau F_{n-x}(t)dt}{F_{n-x}(\tau)}=\frac{\tau+\sum_{i=۱}^{n-x}\binom{n-x}{i}(-۱)^i\beta\sqrt{\frac{\pi}{i}}\left[\Phi(\sqrt{۲i}\tau/\beta)-۰/۵\right]}{(۱-\exp\left(-(\tau/\beta)^۲\right))^{n-x}}.$$

۲.۴ میانگین طول چرخه تجدید

فرض کنید L_τ^x طول چرخه تجدید با توجه به وضعیت شروع $X(\circ)=x$ باشد. با برهانی مشابه بخش قبل طول چرخه تجدید برابر است با طول دوره بازرسی τ بعلاوه طول چرخه تجدید با وضعیت شروع $X(\tau)$ اگر در لحظه بازرسی وضعیت سیستم در مجموعه وضعیت $A_\circ(j)$ مشاهده شود (وضعیت سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند). در حالتی که در لحظه بازرسی حداقل j از n مولفه سیستم (نه شامل n) از کارافتاده باشند یا به عبارتی $X(\tau)\in A_۱(j)$ طول چرخه تجدید مجموع دو جمله شامل طول دوره بازرسی τ و طول چرخه تجدید با وضعیت شروع $X(\tau)=\circ$ است (سیستم به طور پیشگیرانه جایگزین می‌شود و تجدید رخ می‌دهد). چنانچه در لحظه بازرسی سیستم در وضعیت شکست مشاهده شود طول چرخه تجدید برابر با طول دوره بازرسی τ است. به عبارت دیگر،

$$\begin{aligned}L_\tau^x &= (\tau+L_\tau^{X(\tau)})I(X(\tau)\in A_\circ(j))\\ &+ (\tau+L_\tau^\circ)I(X(\tau)\in A_۱(j))+\tau I(X(\tau)\in A_n).\end{aligned}$$

در این صورت میانگین طول چرخه تجدید $\ell_\tau(j;x) = \mathbb{E}(L_\tau^x)$ برابر است با

$$\begin{aligned}\ell_\tau(j;x) &= \tau + \sum_{u=x}^{j-1} \ell_\tau(j;u)\mathcal{B}(u-x;n-x,F(\tau)) \\ &+ \ell_\tau(j;0)\sum_{u=j_x}^{n-1}\mathcal{B}(u-x;n-x,F(\tau)). \qquad (2)\end{aligned}$$

از این رو متوسط هزینه در واحد زمان با توجه به میانگین هزینه در یک چرخه تجدید (۱) و متوسط طول چرخه تجدید (۲) عبارتست از:

$$\mathbb{C}_\tau(j;x) = \frac{\mathcal{C}_\tau(j;x)}{\ell_\tau(j;x)}.$$

هدف تعیین دوره بهینه بازرسی τ^* و آستانه بهینه جایگزینی j^* است:

$$(\tau^*, j^*) = \underset{(\tau,j)\in(0,\infty)\times\Omega}{\operatorname{argmin}} \ \mathbb{C}_\tau(j;x).$$

۵ الگوریتم بازگشتی به منظور تعیین $\mathcal{C}_\tau(j;x)$ و $\ell_\tau(j;x)$

در این بخش به معرفی یک الگوریتم بازگشتی برای تعیین میانگین هزینه در یک چرخه تجدید $\mathcal{C}_\tau(j;x)$ و میانگین طول چرخه تجدید $\ell_\tau(j;x)$ پرداخته شده است. بدین منظور فرض کنید

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_\tau^{(1)}(j;x) &= C_0\sum_{u=x}^{j-1}\mathcal{B}\left(u-x;n-x,F(\tau)\right) \\ &+ C_r\sum_{u=j_x}^{n-1}\mathcal{B}\left(u-x;n-x,F(\tau)\right) + F_{n-x}(\tau)\left(C_R + C_F\mu(\tau;n-x)\right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_\tau^{(۲)}(j;x) &= \sum_{u=x+۱}^{j-۱} \mathcal{C}_\tau(j;u)\mathcal{B}\left(u-x;n-x,F(\tau)\right) \\
&+ \mathcal{C}_\tau(j;۰)\sum_{u=j_x}^{n-۱}\mathcal{B}\left(u-x;n-x,F(\tau)\right), \\
\mathcal{C}_\tau^{(۳)}(j;x) &= ۱-\mathcal{B}\left(۰;n-x,F(\tau)\right)I(x\leq j-۱),
\end{aligned}$$

افزون براین

$$\begin{aligned}
\ell_\tau^{(۱)}(j;x) &= \sum_{u=x+۱}^{j-۱} \ell_\tau(j;u)\mathcal{B}\left(u-x;n-x,F(\tau)\right), \\
\ell_\tau^{(۲)}(j;x) &= \ell_\tau(j;۰)\sum_{u=j_x}^{n-۱}\mathcal{B}\big(u-x;n-x,F(\tau)\big), \\
\ell_\tau^{(۳)}(j;x) &= ۱-\mathcal{B}\left(۰;n-x,F(\tau)\right)I(x\leq j-۱),
\end{aligned}$$

دراین صورت با توجه به وضعیت شروع $X(۰)=x$ میانگین هزینه در یک چرخه تجدید $\mathcal{C}_\tau(j;x)$ و میانگین طول چرخه تجدید $\ell_\tau(j;x)$ به طور بازگشتی ($x=j-۱,\cdots,۰$) بر حسب $\ell_\tau^{(i)}(j;x)$ و $\mathcal{C}_\tau^{(i)}(j;x)$ به ازای $i=۱,۲,۳$ عبارتند از:

$$\mathcal{C}_\tau(j;x)=\frac{\mathcal{C}_\tau^{(۱)}(j;x)+\mathcal{C}_\tau^{(۲)}(j;x)}{\mathcal{C}_\tau^{(۳)}(j;x)},\quad \ell_\tau(j;x)=\frac{\tau+\ell_\tau^{(۱)}(j;x)+\ell_\tau^{(۲)}(j;x)}{\ell_\tau^{(۳)}(j;x)}.$$

۶ مدل‌های خاص

در این بخش به مطالعه موارد خاص مدل پیشنهادی می‌شود. مدل‌های مورد مطالعه که با انتخاب مناسب آستانه j حاصل می‌گردد شامل مدل نگهداری با دو مجموعه وضعیت $A_۰(j)$ و A_n و فضای عمل متناظر $\langle a,۲\rangle=\{a_۰,a_n\}$ یا مدل نگهداری با دو مجموعه وضعیت $A_۱(j)$ و A_n و فضای عمل متناظر $\langle ۱,۲\rangle=\{a_۱,a_n\}$ هستند.

۱.۶ مدل نگهداری با فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_\circ, a_n\}$

مدل نگهداری با دو مجموعه وضعیت $A_\circ(n)$ و A_n با حذف مجموعه وضعیت $A_۱(j)$ از مدل (با انتخاب $j = n$) حاصل می‌شود. تحت فرض فوق وضعیت سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند اگر در لحظه بازرسی وضعیت سیستم حداقل یک از n مولفه سیستم در حال کارکردن باشد یا به عبارتی وضعیت سیستم متعلق به مجموعه وضعیت $A_\circ(n) = \{x, x+۱, \cdots, n-۱\}$ باشد. در غیر این‌صورت سیستم تحت جایگزینی اصلاحی قرار می‌گیرد. در این حالت میانگین هزینه در یک چرخه تجدید $\mathcal{C}_\tau(j;x)$ و میانگین طول چرخه تجدید $\ell_\tau(j;x)$ به ترتیب به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_\tau(j;x) &= \sum_{u=x}^{n-۱} \big(C_\circ + \mathcal{C}_\tau(j;u)\big)\mathcal{B}\big(u-x; n-x, F(\tau)\big) \\
&+ F_{n-x}(\tau)\big(C_R + C_F\mu(\tau; n-x)\big), \\
\ell_\tau(j;x) &= \tau + \sum_{u=x}^{n-۱} \ell_\tau(j;u)\mathcal{B}\big(u-x; n-x, F(\tau)\big).
\end{aligned}$$

۲.۶ مدل نگهداری با فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$

در این مدل با انتخاب $j = x$ فضای وضعیت به دو مجوعه وضعیت $A_۱(x) = \{x, x+۱, \cdots, n-۱\}$ و A_n با فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ شامل جایگزینی پیشگیرانه و جایگزینی اصلاحی در لحظه بازرسی تقسیم می‌شود: سیستم تحت جایگزینی پیشگیرانه قرار می‌گیرد اگر سیستم شکست را تجربه نکرده باشد، در غیر این‌صورت به منظور راه اندازی سیستم از کار افتاده جایگزینی اصلاحی صورت می‌گیرد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_\tau(j;x) &= \big(C_r + \mathcal{C}_\tau(j;\circ)\big)\sum_{u=x}^{n-۱} \mathcal{B}\big(u-x; n-x, F(\tau)\big) \\
&+ F_{n-x}(\tau)\big(C_R + C_F\mu(\tau; n-x)\big), \\
\ell_\tau(j;x) &= \tau + \ell_\tau(j;\circ)\sum_{u=x}^{n-۱} \mathcal{B}\big(u-x; n-x, F(\tau)\big).
\end{aligned}$$

۷ مثال عددی و نتایج محاسباتی

به منظور نشان دادن کاربرد مدل ارائه شده، سیستمی موازی ۴ مولفه‌ای با طول عمر وایبل را در نظر بگیرید. فرض کنید T_i $(i = ۱, ۲, \cdots, ۵)$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با تابع توزیع

$$F(t) = ۱ - \exp\left(-(t/\beta)^{\alpha}\right), \quad t > ۰,$$

و پارامترهای معلوم $(\alpha, \beta) = (۲, \sqrt{۲})$ باشند. افزون براین هزینه بازرسی $C_۰ = ۰/۵$، هزینه نگهداری پیشگیرانه $C_r = ۵$، هزینه نگهداری اصلاحی $C_R = ۱۰$ و هزینه (جریمه) عدم تشخیص از کار افتادگی سیستم $C_F = ۳$ در نظر گرفته شوند. با الگوریتم بازگشتی بخش ۵ هدف کمینه کردن هزینه نگهداری سیستم در واحد زمان با توجه به پارامترهای نگهداری یعنی طول دوره بازرسی τ و آستانه جایگزینی پیشگیرانه j است. بدین منظور با توجه به پارامترهای معلوم مدل مقدار بهینه طول دوره بازرسی τ^* و مقدار بهینه تابع هدف C_{τ^*} با وضعیت شروع x و آستانه نگهداری j در جدول ۱ خلاصه شده است. نمادهای ۴^* و x^* معرف مدل نگهداری به ترتیب با فضای عمل متناظر $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ و $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ بوده که با انتخاب $j = ۴$ و $j = x$ حاصل شده‌اند (به بخش ۶ رجوع شود). همانگونه که ملاحظه می‌شود توصیه مدل – شروع به کار سیستم با چهار مولفه $(x = ۰)$–بازرسی دوره‌ای سیستم با طول دوره بهینه $\tau^* = ۰/۳۶۲$ به منظور تشخیص از کار افتادگی سیستم و جایگزینی پیشگیرانه سیستم در لحظه بازرسی است اگر دو یا سه مولفه از چهار مولفه سیستم شکست را تجربه کرده باشند $(j = ۲)$. این راهکار نگهداری یعنی

$$(\tau^*, j^*) \quad = \quad \underset{(\tau, j) \in (۰, \infty) \times \Omega}{\operatorname{argmin}} \quad \mathbb{C}_{\tau}(j; x) = (۰/۳۶۲, ۲).$$

با تعیین راهکار بازرسی $\Pi^* = \{۰/۳۶۲k : k = ۱, ۲, \cdots\}$ و مجموعه‌های وضعیت $A_۰(۲) = \{۰, ۱\}$، $A_۱(۲) = \{۲, ۳\}$، $A_n = \{۴\}$ با فضای عمل متناظر $\langle a, ۳\rangle = \{a_۰, a_۱, a_n\}$ منجر به کمینه شدن هزینه نگهداری سیستم با مقدار کمینه $\mathbb{C}_{\tau^*}(۲, ۰) = ۱/۰۲۹$ می‌شود. نتایج نشان‌دهنده این است که مدل پیشنهادی با راهکار بهینه $(\tau^*, j^*) = (۰/۳۶۲, ۲)$ به ازای مقادیر مختلف وضعیت شروع x عملکرد بهتری نه تنها از نقطه نظر هزینه بلکه از لحاظ راهکار بازرسی سیستم نسبت به دو مدل دیگر نگهداری دارد. به بیان دیگر طول دوره بهینه بازرسی مدل پیشنهادی به طور مطلوبی کوتاهتر از طول دوره

بازرسی دو مدل دیگری است که با انتخاب $j = ۴$ یا $j = x$ فضای عمل آنها محدود به دو عمل بازرسی و جایگزینی اصلاحی یعنی $\langle a, ۲\rangle = \{a_\circ, a_n\}$ یا محدود به دو عمل جایگزینی پیشگیرانه و جایگزینی اصلاحی یعنی $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ است. به وضوح این مهم سبب افزایش بازدیدهای سیستم و بنابراین کاهش عدم تشخیص از کار افتادگی‌های سیستم خواهد شد. افزون بر این نتایج نشان می‌دهد به ازای مقدار معین وضعیت شروع x طول دوره بهینه بازرسی و تابع هدف به طور معنی داری متاثر از آستانه نگهداری j و یا به عبارتی آرایش مجموعه‌های وضعیت $A_i(j)$ $(i = \circ, ۱, n)$ هستند. به عنوان مثال، در حالتی که فضای وضعیت توسط مجموعه‌های وضعیت $A_\circ(۱) = \{\circ\}$، $A_۱(۱) = \{۱, ۲, ۳\}$ و $A_n = \{۴\}$، متناظر با وضعیت شروع $x = \circ$ و آستانه نگهداری $j = ۱$، یا $A_۱(۱) = \{۱, ۲, ۳\}$ و $A_n = \{۴\}$ (متناظر با وضعیت شروع $x = ۱$ و آستانه نگهداری $j = ۱$) افراز می‌شود، توصیه مدل عدم بازرسی سیستم است $(\tau^* = \infty)$. این راهکار نگهداری هزینه $\mathbb{C}_{\tau^*} = ۳$ را به دنبال خواهد داشت. هرچند برخلاف مقدار آستانه $j = ۱$، با کاهش آستانه نگهداری $j : ۴ \mapsto ۲$ و یا گسترش مجموعه وضعیت متناظر با جایگزینی پیشگیرانه یعنی $A_۱(j) = \{j, \cdots, n - ۱\}$ طول دوره بهینه بازرسی و میانگین هزینه بهینه نگهداری سیستم کاهش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که به ازای مقدار معین آستانه j با کاهش تعداد مولفه سیستم در مبدا زمان (افزایش وضعیت شروع x) فراوانی بازرسی سیستم افزایش می‌یابد. این وضعیت افزایش هزینه بازرسی سیستم، کاهش طول دوره تجدید و لذا افزایش متوسط هزینه نگهداری سیستم را به دنبال خواهد داشت. شکل ۱ رفتار تابع هزینه $\mathbb{C}_\tau(j; \circ)$ را نسبت به طول دوره بازرسی τ به ازای مقادیر مختلف آستانه نگهداری $j \in \{\circ, ۱, ۲, ۳, ۴\}$ نشان می‌دهد: خطوط توپر (کم رنگ)، توپر (پر رنگ)، خط چین، نقطه-خط چین و نقطه چین به ترتیب متناظر با آستانه‌های نگهداری $j = \circ$، $j = ۱$، $j = ۲$، $j = ۳$ و $j = ۴$ هستند. نتیجه بدست آمده نشان دهنده این مطلب است که راهکار نگهداری با آستانه $j = ۴$ و فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_\circ, a_n\}$ (فاقد نگهداری پیشگیرانه) نه تنها هزینه آور بوده بلکه به نسبت سه راهکار نگهداری دیگر دارای ریسک بالا برای عدم تشخیص ازکارافتادگی سیستم است.

شکل ۲ رفتار میانگین طول دوره تجدید $\ell_\tau(j; \circ)$ نسبت به طول دوره بازرسی τ و آستانه نگهداری $j \in \{\circ, ۱, ۲, ۳, ۴\}$ را نشان می‌دهد: خطوط توپر، خط چین، نقطه-خط چین و نقطه چین به ترتیب میانگین طول دوره تجدید متناظر با آستانه‌های $j = \circ, ۱$، $j = ۲$، $j = ۳$ و $j = ۴$ را نشان می‌دهند. نتیجه تحلیل حسایست بیانگر این مطلب است که طول دوره تجدید متاثر از آرایش مجموعه‌های وضعیت و یا آستانه نگهداری پیشگیرانه است به گونه‌ای که با کاهش آستانه جایگزینی پیشگیرانه j طول دوره

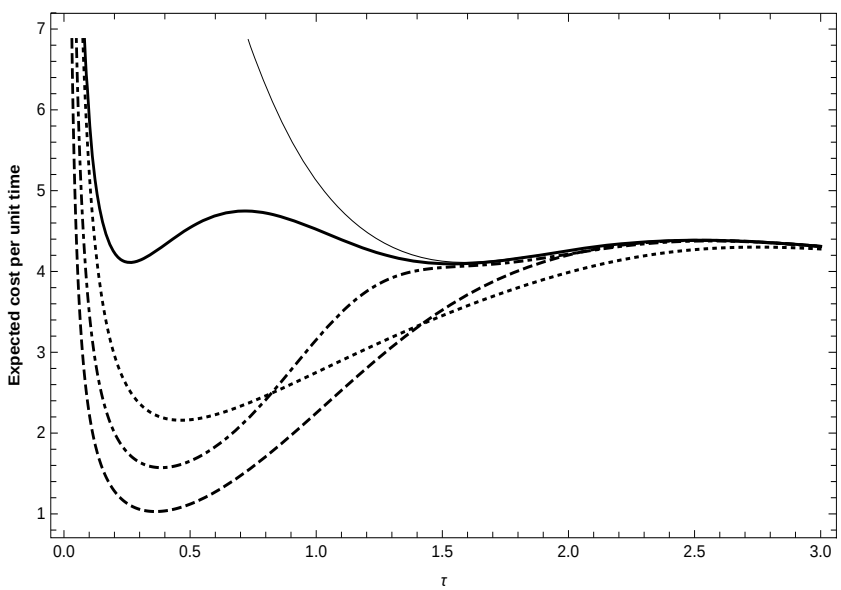
تجدید افزایش می‌یابد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود کمترین طول دوره تجدید مربوط به راهکار نگهداری با آستانه $j = ۴$، مجموعه‌های وضعیت $A_۰(۴) = \{۰, ۱, ۲, ۳\}$ ، $A_n = \{۴\}$ و فضای عمل فاقد جایگزینی پیشگیرانه یعنی $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ است. همچنین شکل ۳ نشان می‌دهد که با افزایش آستانه جایگزینی پیشگیرانه j متوسط هزینه در یک دوره تجدید کاهش می‌یابد. در شکل به ترتیب خطوط توپر، خط چین، نقطه-خط چین و نقطه چین مربوط به آستانه‌های $j = ۰, ۱$، $j = ۲$، $j = ۳$ و $j = ۴$ هستند.

شکل ۴ کارایی نسبی هزینه مدل نگهداری با آستانه $j \in \{۰, ۱, ۳, ۴\}$ را نسبت به مدل بهینه با آستانه $j^* = ۲$ به صورت تابعی از طول دوره بازرسی τ نشان می‌دهد. خطوط نقطه چین، توپر، نقطه-خط چین و خط چین به ترتیب متناظر با $j = ۰$، $j = ۱$، $j = ۴$ و $j = ۳$ هستند. مقادیر بزرگتر از یک کارایی نسبی که به صورت حاصل تقسیم میانگین نرخ هزینه نگهداری با آستانه $j \in \{۰, ۱, ۳, ۴\}$ بر میانگین نرخ هزینه نگهداری با آستانه $j = ۲$ تعریف می‌شود، کاراتر بودن مدل بهینه نگهداری را نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود به استثناء بازه محدود $\tau \in (۱٫۵, ۲٫۵)$ که مدل نگهداری با فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ کاراتر از مدل بهینه است، در سایر بازه‌ها مدل بهینه از نقطه نظر هزینه عملکرد بهتری دارد. همچنین طول دوره بارزرسی سیستم متناظر با مدل بهینه متعلق به بازه $\tau^* \in (۰, ۱٫۵)$ بوده که بیانگر کاراتر بودن مدل بهینه نسبت به سایر مدل‌ها بویژه مدل‌های نگهداری با فضاهای عمل دو عضوی $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ و $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ است. مدل پیشنهادی با راهکار بهینه $(\tau^*, j^*) = (۰٫۳۶۲, ۲)$ نسبت به سایر مدل‌ها به ویژه مدل‌های نگهداری با فضای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ و $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ دارای مزیت‌های کاهش هزینه نگهداری سیستم، کاراتر بودن مدل بهینه، افزایش طول دوره تجدید و فزایش بازرسی‌های سیستم است، که سبب کاهش ریسک عدم تشخیص ازکارافتادگی‌های سیستم خواهد شد.

برای تعیین اهمیت پارامتر هزینه C_r و وضعیت شروع x میزان تاثیر هر یک از آنها بر تابع هدف $\mathbb{C}_\tau(۲, x)$ بررسی شده است. همان‌گونه که در جدول ۲ و شکل ۵ ملاحظه می‌شود با افزایش هزینه نگهداری C_r پیشنهاد مدل کاهش طول دوره بازرسی به ازای مقادیر مختلف وضعیت شروع x است که این امر منجر به افزایش فراوانی بازرسی و احتمال تشخیص ازکارافتادگی سیستم و از این رو فزونی هزینه نگهداری سیستم خواهد شد. بعلاوه تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که با کاهش تعداد مولفه‌های سیستم در مبدا زمان (با افزایش وضعیت شروع x) میزان تاثیر پارامتر هزینه C_r بر تابع هدف و طول دوره بهینه بازرسی کاهش می‌یابد.

جدول ۱: پارامترهای بهینه مدل متناظر با وضعیت شروع x و آستانه نگهداری j. *۴ و x^* به ترتیب معرف مدل نگهداری با فضایهای عمل $\langle a, ۲\rangle = \{a_۰, a_n\}$ و $\langle a, ۲\rangle = \{a_۱, a_n\}$ هستند.

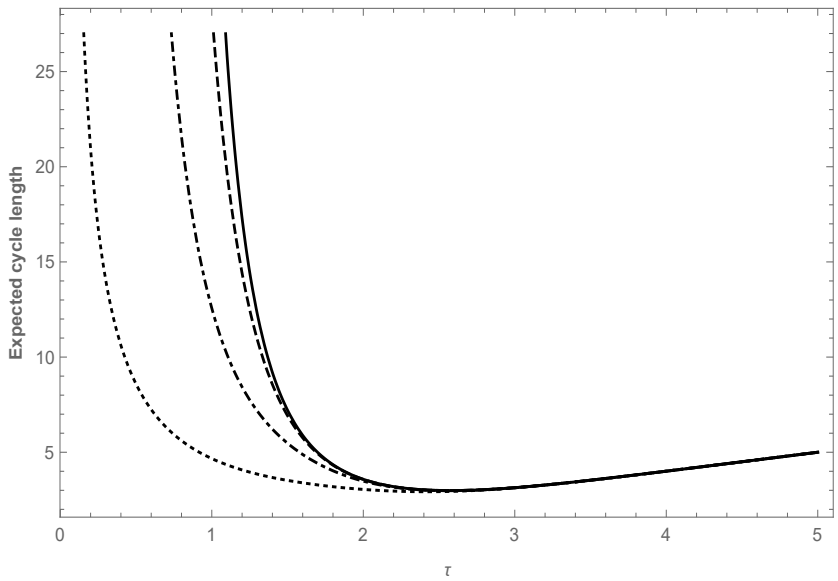
x								
۳		۲		۱		۰		
$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	j
—	–	—	–	۳	∞	۳	∞	۱
–	–	۱٫۰۳۱	۰٫۳۶۰	۱٫۰۳۱	۰٫۳۶۰	۰۲۹.۱	۳۶۲.۰	۲
۱٫۶۰۲	۰٫۳۷۱	۱٫۵۹۶	۰٫۳۷۶	۱٫۵۹۴	۰٫۳۸۰	۱٫۵۷۲	۰٫۳۸۶	۳
۳٫۰۹۴	۰٫۳۲۶	۲٫۵۳۵	۰٫۳۹۶	۲٫۲۹۸	۰٫۴۳۶	۲٫۱۵۹	۰٫۴۶۴	*۴
۳	∞	۳	∞	۳	∞	۳	∞	x^*



شکل ۱: رفتار تابع هدف $\mathbb{C}_\tau(j;۰)$ نسبت به طول دوره بازرسی τ و آستانه نگهداری $j \in \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از قضیه تجدید پاداش و بهره‌گیری از توزیع وایبل برای فرمول‌بندی توزیع طول عمر مولفه‌های سیستم مدلی جامع با هدف تعیین طول دوره بهینه بازرسی و آستانه بهینه جایگزینی پیشگیرانه ارائه شد. از مشخصه‌های سیستم مورد مطالعه که سیستمی موازی با $n = ۴$ مولفه است تشخیص

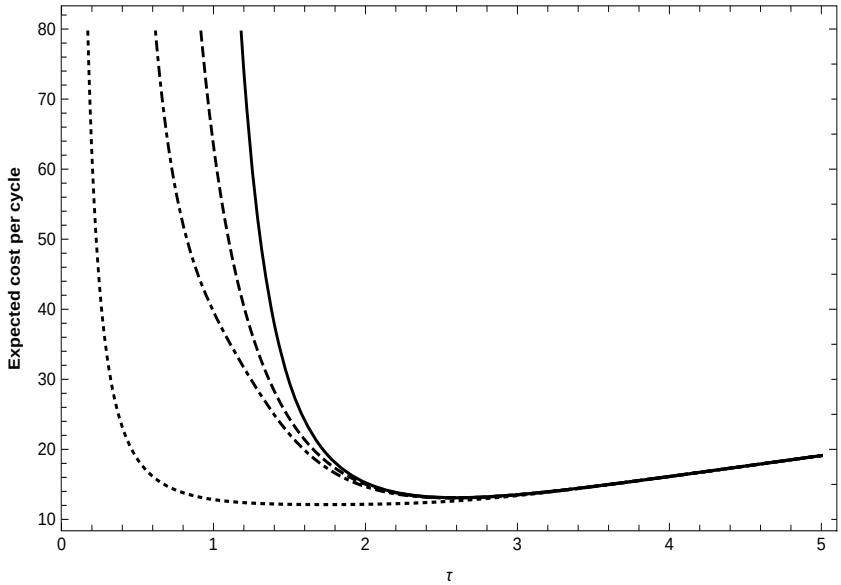


شکل ۲: رفتار میانگین طول دوره تجدید $\ell_\tau(j;\circ)$ نسبت به طول دوره بازرسی τ و آستانه نگهداری $j \in \{\circ, ۱, ۲, ۳, ۴\}$.

جدول ۲: اثر پارامتر هزینه C_r بر مدل با آستانه نگهداری $j = ۲$.

C_r								
۷		۵		۳		۱		
$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	$\mathbb{C}_{\tau^*}$	τ^*	x
۱٫۰۷۹	۰٫۳۳۴	۱٫۰۲۹	۰٫۳۶۳	۰٫۹۶۱	۰٫۴۱۶	۰٫۸۱۹	۰٫۷۰۶	۰
۱٫۰۳۲	۰٫۳۵۹	۱٫۰۳۰	۰٫۳۶۱	۱٫۰۳۰	۰٫۳۶۱	۱٫۰۲۹	۰٫۳۶۲	۱
۱٫۰۳۲	۰٫۳۵۹	۱٫۰۳۰	۰٫۳۶۰	۱٫۰۳۰	۰٫۳۶۱	۱٫۰۲۹	۰٫۳۶۲	۲

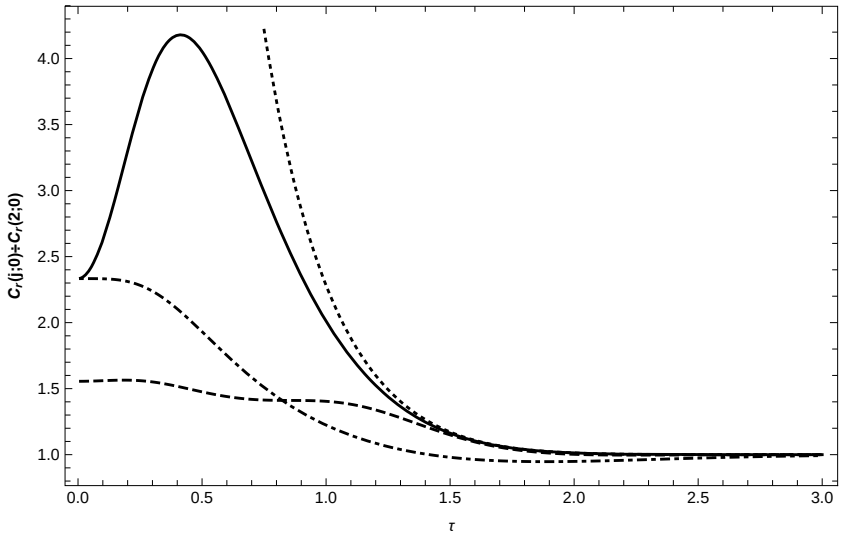
از کار افتادگی سیستم و مولفه‌های آن تنها در زمان‌های بازرسی سیستم هستند. با توجه به وضعیت شروع $x = \circ$ مدل نگهداری با راهکار بازرسی $\Pi^* = \{\circ٫۳۶۲k : k = ۱, ۲, \cdots\}$ و مجموعه‌های وضعیت $A_\circ(۲) = \{\circ, ۱\}$، $A_۱(۲) = \{۲, ۳\}$ و $A_n = \{۴\}$ متناظر با مجموعه‌های عمل $\{a_\circ\}$ (عدم تعمیر)، $\{a_۱\}$ (نگهداری پیشگیرانه) و $\{a_n\}$ (نگهداری اصلاحی) یک مدل بهینه با هزینه کمینه $\mathbb{C}_{\tau^*}(۲, \circ) = ۱٫۰۲۹$ است. برنامه‌ریزی نگهداری سیستم که توسط وضعیت شروع x و جفت مولفه τ^* و j^* مشخصه‌سازی می‌شود به صورت زیر است: برای بررسی وضعیت سیستم، سیستم به طور دوره‌ای با طول دوره $\tau^* = ۰٫۳۶۲$ بازرسی می‌شود. اگر در لحظه بازرسی، حداکثر یک مولفه از چهار مولفه در



شکل ۳: رفتار متوسط هزینه در یک دوره تجدید $\mathcal{C}_\tau(j;\circ)$ نسبت به طول دوره بازرسی τ و آستانه نگهداری $j \in \{\circ, ۱, ۲, ۳, ۴\}$.

وضعیت شکست مشاهده شود وضعیت سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند، در غیراین‌صورت، سیستم در معرض جایگزینی پیشگیرانه یا اصلاحی قرار می‌گیرد، اگر به ترتیب دو یا سه مولفه از چهار مولفه از کار افتاده باشند یا سیستم در وضعیت شکست مشاهده شود این فرآیند ادامه می‌یابد.

برای بررسی اثر پارامترهای مدل، رفتار تابع هدف و طول دوره بهینه بازرسی نسبت به آستانه جایگزینی پیشگیرانه j و پارامتر وضعیت شروع x (تعداد مولفه‌ها در وضعیت شروع به کار سیستم) مورد ارزیابی قرارگرفت. نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که جایگزینی پیشگیرانه نقش بسزایی در تعیین طول دوره بهینه بازرسی سیستم، طول دوره تجدید و لذا میزان هزینه نگهداری سیستم ایفا می‌کند. در حالت خاص که وضعیت شروع فرآیند برابر با $(X(\circ) = \circ)$ و فضای عمل فاقد جایگزینی پیشگیرانه $(j = ۴)$ یا محدود به جایگزینی پیشگیرانه و جایگزینی اصلاحی $(j = \circ)$ است، مدل نگهداری نه تنها مدل کارآمدی در تشخیص به موقع از کار افتادگی سیستم نیست بلکه موجب افزایش هزینه نگهداری سیستم خواهد شد. هرچند به نسبت $j = ۴$ آستانه نگهداری $j = ۱$ عملکرد بهتری از لحاظ افزایش طول دوره تجدید دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که وضعیت شروع $x \in \{\circ, ۱, ۲, ۳\}$ با آستانه نگهداری $j = ۴$ به نسبت دیگر آستانه‌های نگهداری دارای بیشترین میزان تاثیر بر روی طول دوره بهینه بازرسی و تابع هزینه است.



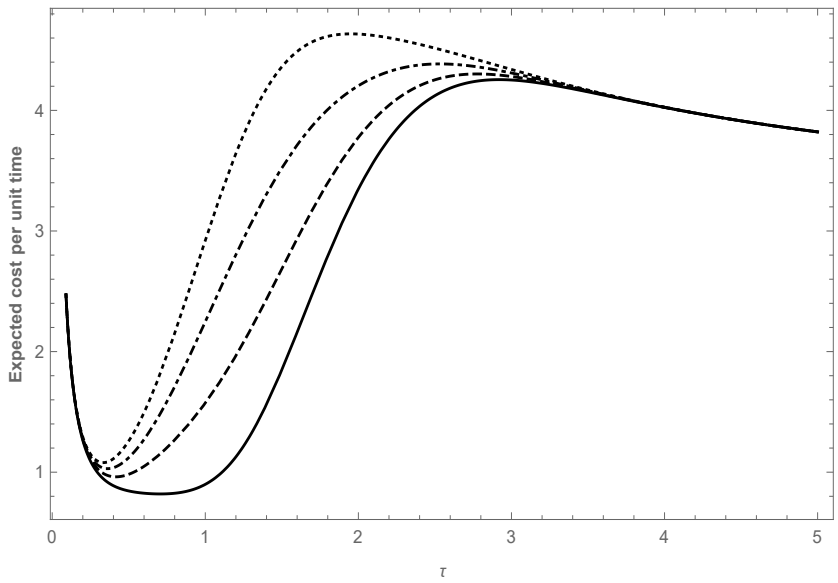
شکل ۴: رفتار کارایی نسبی هزینه مدل‌های نگهداری با آستانه $j \in \{۰, ۱, ۳, ۴\}$ نسبت به مدل بهینه با آستانه $j^* = ۲$.

همچنین از دیگر نتایج مهم مدل وجود رابطه وارون بین هزینه جایگزینی پیشگیرانه و طول دوره بهینه بازرسی است. به وضوح بررسی میزان تاثیر هر یک از پارامترهای مدل از جمله وضعیت شروع سیستم x، آستانه نگهداری پیشگیرانه j و پارامتر هزینه C_r بر تابع هدف و طول دوره بهینه بازرسی دید کامل و جامعی در ارتباط با اهمیت هریک از پارامترهای مدل به خدمه نگهداری ارائه می‌کند. لازم به ذکر است که مدل پیشنهاد شده در چند جهت قابل تعمیم است که از آن جمله می‌توان به مطالعه سیستمی منسجم با مولفه‌های مستقل یا وابسته و همچنین گسترش فضای عمل با درنظر گرفتن تعمیر جزئی[۱۴] اشاره کرد.

تقدیر و تشکر

نویسنده از داوران و ویراستار محترم مجله که نقش بسزایی در ویرایش و بهبود مقاله داشتند کمال تشکر و قدردانی را دارد.

[14] Partial repair



شکل ۵: اثر پارامتر هزینه C_r بر تابع هدف $\mathbb{C}_\tau(۲,۰)$. خطوط توپر، خط چین، نقطه-خط چین و خط چین به ترتیب متناظر با $C_r = ۱$، $C_r = ۳$، $C_r = ۴$ و $C_r = ۵$ هستند.

مراجع

ایرانمنش، ف.، رضاپور، م. و پورموسی، ر. (۱۳۹۷)، بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در یک سیستم چند وضعیتی، مجله علوم آماری ایران، **۱۲**، ۵۷-۷۲.

چهکندی، م. (۱۳۹۸)، برخی از ویژگی‌های سیستم‌های k از n قابل تعمیر، مجله علوم آماری ایران، **۱۳**، ۱-۲۱.

Ahmadi, R. and Wu, S. (2017), A Novel Data-Driven Approach to Optimizing Replacement Policy, *Reliability Engineering and System Safety*, **167**, 506-516.

Barlow, R. E., Hunter, L.C. and Proschan, F. (1963), Optimum Checking Procedures, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, **11**, 1078-1095.

Babishin, V. and Taghipour, S. (2016), Joint Optimal Maintenance and Inspection for a k-out-of-n System, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **87**, 1739-1749.

Chelbi, A. and Ait-Kadi, D. (1998), Inspection and Predictive Maintenance Strategies, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, **11**, 226-231.

Chelbi, A., Ait-Kadi, D. and Aloui, H. (2008), Optimal Inspection and Preventive Maintenance Policy for Systems with Self-Announcing and Non-Self-Announcing Failures, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **14**, 34-45.

Jian, R. and Jardine, A. K. S. (2005), Two Optimization Models of the Optimum Inspection Problem, *Journal of the Operational Research Society*, **56**, 1156-1183.

He, K., Maillart, L. and Prokopyev, O. (2015), Scheduling Preventive Maintenance as a Function of an Imperfect Inspection Interval, *IEEE Transactions on Reliability*, **64**, 983-997.

Keller, J. B. (1974), Optimum Checking Schedules for Systems Subject to Random Failures, *Management Science*, **21**, 256-260.

Liu, B., Yeh, R., Xie, M. and Kuo, W. (2017), Maintenance Scheduling for Multicomponent Systems with Hidden Failures, *IEEE Transactions on Reliability*, **66**, 1280-1292.

Munford, A. G. and Shahani, A. K. (1972), A Nearly Optimal Inspection Policy, *Operational Research Quarterly*, **23**, 373-379.

Lienhardt, B., Hugues, E., Bes, C. and Noll, D. (2008), Failure-finding frequency for a repairable system subject to hidden failures, *Journal of Aircraft*, **45**, 1804-1809.

Nakagawa, T. and Yasui, K. (1980), Approximate Calculation of Optimal Inspection Times, *Journal of the Operational Research Society*, **31**, 851-853.

Naderkhani, F. Makis, V. (2015), Optimal Condition-Based Maintenance Policy for a Partially Observable System with Two Sampling Intervals, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **78**, 795-805.

Ross, S. (1970), *Applied Probability Models with Optimization Applications*, San Francisco,CA: Holden-Day.

Rezaei, E. (2017), A New Model for the Optimization of Periodic Inspection Intervals with Failure Interaction: A Case Study for a Turbine Rotor, *Case Studies in Engineering Failure Analysis*, **9**, 148-156.

Seyedhosseini, S. M., Moakedi, H. and Shahanaghi, K. (2018), Imperfect Inspection Optimization for a Two-Component System Subject to Hidden and Two-Stage Revealed Failures Over a Finite Time Horizon, *Reliability Engineering and System Safety*, **174**, 141-156.

Taghipour, S. and Kassaei, M. (2016), Periodic Inspection Pptimization of a k-out-of-n Load Sharing Systems., *IEEE Transactions on Reliability*, **64**, 1116-1127.

Tang, D., Makis, V., Jafari, L. and Yu, J. (2015), Optimal Maintenance Policy and Residual Life Estimation for a Slowly Degrading System Subject to Condition Monitoring., *Reliability Engineering and System Safety*, **134**, 198-207.