مجله علوم آماری، بهار و تابستان ۱۳۹۵
جلد ۱۰، شماره ۱، ص ۱۲۹-۱۳۷
DOI: 10.7508/jss.2016.01.008

برآوردگر جدید میانگین در طرح نمونه‌گیری طبقه‌بندی قضاوتی با مرتب کردن مشاهدات درون طبقات

حامد محمدقاسمی، احسان زمان‌زاده، محمد محمدی
گروه آمار، دانشگاه اصفهان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۶/۳ تاریخ آخرین بازنگری: ۱۳۹۴/۶/۲۴

چکیده : طرح نمونه‌گیری با طبقه‌بندی قضاوتی روشی موثر برای استفاده از اطلاعات اضافی رتبه‌بندی و انتخاب نمونه‌ای با اطلاعات بیشتر نسبت به نمونه‌گیری تصادفی ساده از جامعه است. این روش نمونه‌گیری به نحوی است که هر یک از مشاهدات می‌تواند به‌طور تصادفی درون هر یک از طبقات قرار گیرد. در این مقاله برآوردگر جدیدی برای میانگین در این طرح نمونه‌گیری معرفی می‌شود که با تغییر در چینش مشاهدات باعث یک‌دست شدن مشاهدات درون طبقات می‌شود. در ادامه برآوردگر پیشنهادی با سایر برآوردگرهای میانگین موجود تحت این طرح نمونه‌گیری مورد مقایسه قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که برآوردگر پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سایر برآوردگرها دارد.

واژه‌های کلیدی : طبقه‌بندی قضاوتی، برآورد میانگین، کارایی نسبی.

آدرس الکترونیک مسئول مقاله: حامد محمدقاسمی، h.m.ghasemi@sci.ui.ac.ir
کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۱۰): ۶۲D۰۵، ۶۲G۰۵

۱ مقدمه

طرح نمونه‌گیری با طبقه‌بندی قضاوتی[۱] (JPS) برای نخستین بار توسط مک‌ایچرن و همکاران (۲۰۰۴) پیشنهاد شد. استفاده از این طرح نمونه‌گیری هنگامی نسبت به نمونه‌گیری تصادفی ساده (SRS) اولویت و کارایی بیشتری دارد که پیدا کردن رتبه مشاهدات ارزان‌تر و ساده‌تر از اندازه‌گیری دقیق آنها باشد.

فرض کنید Y متغیر مورد علاقه از جامعه‌ای با میانگین μ و واریانس متناهی $\sigma^۲$ باشد. برای به‌دست آوردن نمونه‌ای به حجم n براساس طرح نمونه‌گیری JPS، ابتدا نمونه تصادفی ساده $Y_۱, \ldots, Y_n$ را از جامعه انتخاب و تمامی اعضای نمونه اندازه‌گیری می‌شوند. سپس برای هر عضو نمونه $(Y_i, i \in \{۱, \ldots, n\})$، نمونه تصادفی ساده کمکی $X_{i۱}, \ldots, X_{im}$ از همان جامعه استخراج شده و رتبه Y_i در میان نمونه کمکی $X_{i۲}, \ldots, X_{im}$، بدون اندازه‌گیری دقیق مقادیر $X_{i۲}, \ldots, X_{im}$ و با کمک قضاوت شخصی به‌دست آورده می‌شود. داده‌های طرح نمونه‌گیری JPS از n زوج مستقل و هم‌توزیع $\{(Y_i, R_i), i = ۱, \ldots, n\}$ تشکیل می‌شوند که در آن R_i برابر با رتبه Y_i در میان $X_{i۲}, \ldots, X_{im}$ است. باید توجه داشت که اگر پیدا کردن رتبه مشاهدات بدون خطا انجام شود، آنگاه $Y_i|R_i = r$ دارای توزیع rامین آماره ترتیبی در نمونه تصادفی ساده به اندازه m است. علاوه بر این R_i دارای توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعه $\{۱, \ldots, m\}$ است.

تحقیقات فراوانی روی طرح نمونه‌گیری JPS از زمان معرفی آن انجام شده است. وانگ و همکاران (۲۰۰۶) برآوردگری از میانگین را در صورت وجود بیش از یک رتبه پیشنهاد دادند. همچنین فری و فیمن (۲۰۱۲) نشان دادند برآوردگر میانگین طبقه‌بندی قضاوتی در کلاس برآوردگرهای نااریب خطی تحت کمترین توان‌های دوم خطا قابل پذیرش[۲] نیست. وانگ و همکاران (۲۰۰۸) میانگین هم‌توان[۳] JPS را پیشنهاد کردند. برآورد تابع توزیع در این طرح نمونه‌گیری توسط فری و ازترک (۲۰۱۱) و برآورد واریانس توسط فری و فیمن (۲۰۱۳) مورد بررسی قرار گرفته است.

فرض کنید N_r تعداد مشاهدات دارای رتبه r در طرح JPS باشد، در این صورت بردار $N = (N_۱, \ldots, N_m)$ دارای توزیع چندجمله‌ای با پارامترهای n و بردار احتمال $P = (\frac{۱}{m}, \ldots, \frac{۱}{m})$ است. حال اگر $\bar{Y}_{r.}$ میانگین مشاهدات دارای رتبه r باشد، در این‌صورت

---

۱ Judgment Post Stratification

۲ Inadmissible

۳ Isotonic

برآوردگر میانگین استاندارد در طرح نمونه‌گیری استاندارد در طرح نمونه‌گیری JPS به‌صورت

$$\hat{\mu}_{JPS} = \frac{1}{h_n}\sum_{r=1}^{m} \bar{Y}_{r.} I_r \qquad (1)$$

تعریف می‌شود، که در آن $I_r = \begin{cases} 1, & N_r > 0 \\ 0, & N_r = 0 \end{cases}$ و $h_n = \sum_{r=1}^{m} I_r$ است.

فرض کنید $\mu_{(1)}, \ldots, \mu_{(m)}$ و $\sigma^2_{(1)}, \ldots, \sigma^2_{(m)}$ به‌ترتیب میانگین و واریانس هر یک از طبقات mگانه باشد. دست‌برآورده و همکاران (۲۰۱۲) نشان دادند برآوردگر $\hat{\mu}_{JPS}$ نااریب با واریانس

$$Var(\hat{\mu}_{JPS}) = E(\frac{I_1}{N_1 h_n^2})\sum_{r=1}^{m}\sigma^2_{(r)} + \frac{m}{m-1}Var(\frac{I_1}{h_n})(\sum_{r=1}^{m}(\mu_{(r)}-\mu)^2)$$

است، که در آن

$$\begin{aligned} E(\frac{I_1}{N_1 h_n^2}) &= \frac{1}{m^n}[\frac{1}{n} + \sum_{h_n=2}^{m}\sum_{j=1}^{h_n-1}\sum_{n_1=1}^{n-h_n+1}\frac{(-1)^{j-1}}{h_n^2 n_1}\binom{m-1}{h_n-1}\binom{h_n-1}{j-1} \\ &\times \binom{n}{n_1}(h_n-j)^{n-n_1}] \\ Var(\frac{I_1}{h_n}) &= \frac{1}{m^2}\sum_{k=1}^{m-1}(\frac{k}{m})^{n-1} \end{aligned}$$

فرض کنید $\mu_{[r]}$ میانگین نظری مشاهدات دارای رتبه r باشد، در این صورت وانگ و همکاران (۲۰۰۸) نشان دادند $\mu_{[1]} \leq \cdots \leq \mu_{[m]}$ و با توجه به اینکه میانگین‌های نمونه $\bar{Y}_{r.}$ ممکن است در عمل این رابطه را نقض کنند نسخه همنوا شده آن یعنی $\bar{Y}^{iso}_{r.}$ را در معادله (۱) جایگزین کرده و برآوردگر هم‌توان میانگین را در طرح نمونه‌گیری JPS به‌صورت

$$\hat{\mu}_W = \frac{1}{m}\sum_{r=1}^{m}\bar{Y}^{iso}_{r.}$$

پیشنهاد دادند، که در آن $\bar{Y}^{iso}_{r.} = \max_{t\leq r}\min_{s\geq r}\sum_{g=t}^{s}\frac{N_g \bar{Y}_{[g].}}{\sum_{u=t}^{s} N_u}$، به‌ازای $N_r > 0$ است. در حالتی که $N_r = 0$ باشد، پیشنهاد دادند $\bar{Y}^{iso}_{r.}$ با میانگین آمیخته یک یا دو رده کناری آن برآورد شود. همچنین به دلیل پیچیدگی برآوردگر $\hat{\mu}_W$ اثبات نااریبی واریانس این برآوردگر توسط آنها ارائه نشد.

فری و فیمن (۲۰۱۲) کلاس برآوردگرهای $\mathbb{C}$ را به‌صورت $\sum_{r=1}^{m} c_r \bar{Y}_{r.}$ معرفی کردند و نشان دادند واریانس شرطی برآوردگرهای موجود در کلاس $\mathbb{C}$ به شرط $s_1 \geq \cdots \geq s_k > 0$ به‌صورت

$$\frac{r\sigma^2}{m}\{(\frac{m}{m-1})\sum_{j=1}^{k} d_j^2 - \sum_{j=1}^{k}\frac{d_j^2}{s_j} - \frac{1}{(m-1)}\} + \sigma^2(\sum_{j=1}^{k}\frac{d_j^2}{s_j})$$

است، که در آن $s_1 \geq \cdots \geq s_k > 0$ اندازه نمونه طبقه‌های مرتب شده و d_i وزنی که در ارتباط با اندازه نمونه s_i است. سپس برآوردگر نااریب در کلاس $\mathbb{C}$ را به‌صورت

$$\hat{\mu}_F = \sum_{r=1}^{m} c_r \bar{Y}_{r.}$$

معرفی کردند، که در آن $c_r = (\frac{N_r}{mN_r+2})/(\sum_{i=1}^{m}\frac{N_i}{mN_i+2})$ است و نشان دادند که این برآوردگر عملکرد بهتری نسبت به برآوردگر JPS استاندارد دارد.

در ادامه برآوردگر جدیدی در طرح نمونه‌گیری JPS معرفی می‌شود. سپس با یک مطالعه شبیه‌سازی عملکرد آن با سایر برآوردگرهای موجود تحت این طرح نمونه‌گیری مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۲ برآوردگر جدید

همان‌طور که در بخش قبل توضیح داده شد، داده‌های طرح نمونه‌گیری JPS از n زوج مستقل و هم‌توزیع $\{(Y_i, R_i), i = 1, \ldots, n\}$ تشکیل شده است. فرض کنید $\{(Y_{(i)}, R_{[i]}), i = 1, \ldots, n\}$ نمونه مرتب‌شده براساس مشاهدات طرح نمونه‌گیری JPS باشد که در آن $Y_{(1)} \leq \cdots \leq Y_{(n)}$ و $R_{[i]}$ رتبه متناظر با $Y_{(i)}$ است. به دلیل وجود تصادفی بودن طرح جمع‌آوری داده‌های JPS (هر یک از مشاهدات می‌تواند به‌طور تصادفی درون هر یک از طبقات قرار گیرد) ممکن است رابطه $R_{[1]} \leq \cdots \leq R_{[n]}$ بین $R_{[i]}$ها برقرار نباشد. ایده معرفی برآوردگر جدید به این صورت است که از تصادفی قرار گرفتن هر یک از مشاهدات درون طبقات چشم‌پوشی کرده و مشاهدات به‌صورت $\{(Y_{(i)}, R_{(i)}), i = 1, \ldots, n\}$ در نظر گرفته می‌شود، که در آن $Y_{(1)} \leq \cdots \leq Y_{(n)}$ و $R_{(1)} \leq \cdots \leq R_{(n)}$ می‌باشد. سپس برآوردگر جدید به‌صورت

$$\hat{\mu}_{new} = \frac{1}{m}\sum_{r=1}^{m} \bar{Y}^*_{(r).}$$

معرفی می‌شود، که در آن $\bar{Y}^*_{(r).} = \frac{1}{N_r}\sum_{i=1}^{n} Y_{(i)} I_{ir}$، $I_{ir} = \begin{cases} 1, & R_{(i)} = r \\ 0, & R_{(i)} \neq r \end{cases}$ اگر $N_r > 0$ باشد و چنانچه $N_r = 0$ باشد، در این‌صورت $\bar{Y}_{(r).}$ به‌صورت میانگین آمیخته رده یا رده‌های مجاور آن تعریف می‌شود.

از آنجا که مشاهدات همگون‌تری با یکدیگر در داخل یک طبقه قرار گرفته‌اند، به‌صورت شهودی انتظار می‌رود که برآوردگر پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به برآوردگر استاندارد در طرح نمونه‌گیری JPS داشته باشد.

مثال ۱ : فرض کنید تعداد $n = 9$ مشاهده به‌صورت تصادفی ساده انتخاب و مقادیر آنها اندازه‌گیری شده‌اند. برای هر مشاهده تعداد $m = 3$ مشاهده کمکی انتخاب و رتبه هر یک از مشاهدات اندازه‌گیری شده تعیین شده است. پس از مشخص شدن N_r برای هر رتبه، به جای مشاهدات هر طبقه، مقادیر مشاهدات مرتب شده جایگزین می‌شود. به‌عنوان مثال همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است، به جای بردار مشاهدات (y_3, y_9, y_2, y_5) که دارای رتبه یک هستند از بردار مشاهدات مرتب‌شده $(y_{(1)}, y_{(2)}, y_{(3)}, y_{(4)})$ استفاده می‌شود. این کار باعث می‌شود y_2 که مقدار بزرگتری نسبت به y_7 دارد از طبقه اول با رتبه یک به طبقه سوم با رتبه سه انتقال یابد و باعث تعدیل و یکنواختی میانگین هر دو طبقه شود. در واقع زمانی که می‌دانیم y_2 هشتمین مشاهده مرتب شده در میان نه مشاهده است و مقدار بزرگتری نسبت به y_7 دارد، طبیعی است که به طبقه سوم انتقال داده شود. همچنین مشخص است یک رابطه همنوایی بین میانگین مشاهدات هر طبقه در طرح جدید نمونه‌گیری JPS برقرار است $(\bar{Y}^*_{(1).} \leq \cdots \leq \bar{Y}^*_{(m).})$.

۳ مطالعه شبیه‌سازی

از آن‌جایی که محاسبه میانگین توان دوم خطا و اریبی برآوردگر $\hat{\mu}_{new}$ به‌آسانی امکان پذیر نیست برای مقایسه کارایی برآوردگرها از شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده می‌شود. برای این منظور به‌ازای $n = 10, 20$ و $m = 2, 4, 6, 8, 10$ تعداد ۱۰۰۰۰ نمونه از چهار توزیع نرمال استاندارد، یکنواخت روی بازه $(0, 1)$، نمایی با میانگین یک و توزیع U-شکل (توزیع بتا با پارامترهای ۰/۵ و ۰/۵) از طرح JPS تولید نموده، سپس کارایی نسبی برآوردگرهای معرفی شده به برآوردگر JPS استاندارد برآورد شده است. کارایی نسبی برآوردگرها، به‌صورت

$$RE = \frac{MSE(\hat{\mu}_{JPS})}{MSE(\hat{\mu})}$$

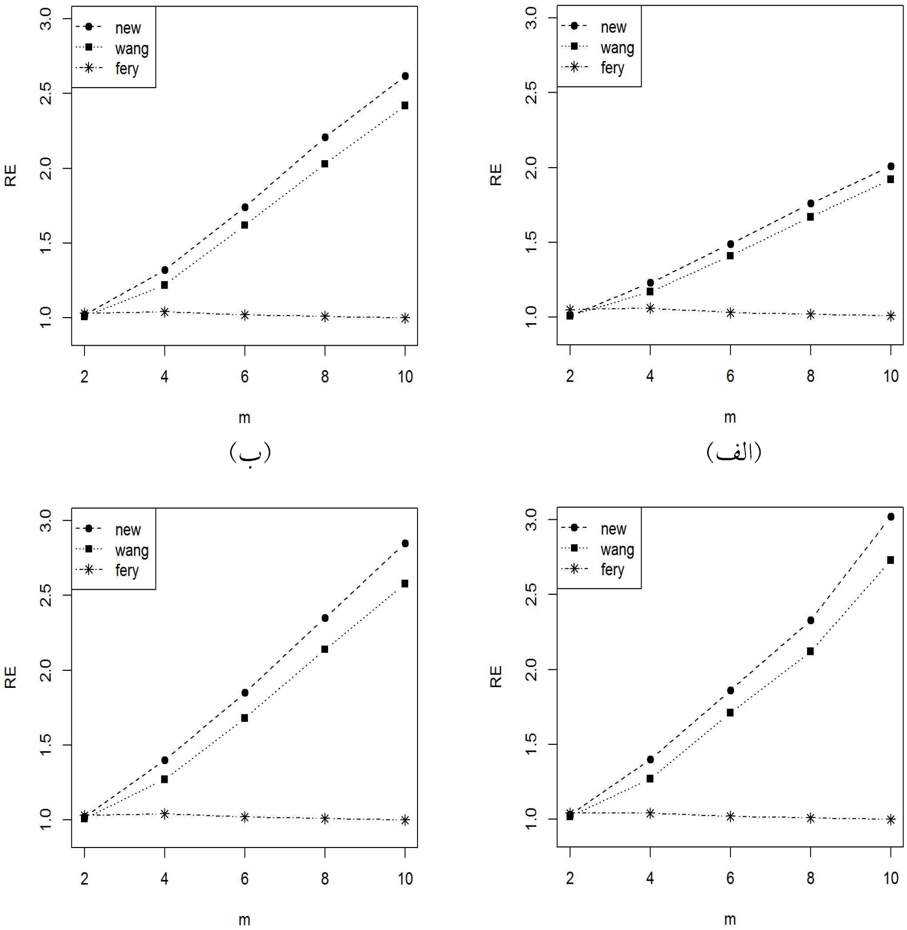
طرح نمونه‌گیری *JPS*									
y_6	y_4	y_7	y_8	y_1	y_5	y_2	y_9	y_3	
۶۰	۸۳	۲۰	۹۱	۵۲	۲۴	۷۲	۱۷	۱۵	**y**
۳	۳	۳	۲	۲	۱	۱	۱	۱	Sort(**R**)

طرح جدید نمونه‌گیری *JPS*									
$y_{(9)}$	$y_{(8)}$	$y_{(7)}$	$y_{(6)}$	$y_{(5)}$	$y_{(4)}$	$y_{(3)}$	$y_{(2)}$	$y_{(1)}$	
۹۱	۸۳	۷۲	۶۰	۵۲	۲۴	۲۰	۱۷	۱۵	Sort(**y**)
۳	۳	۳	۲	۲	۱	۱	۱	۱	Sort(**R**)

شکل ۱: نمایشی از طرح نمونه‌گیری JPS و طرح جدید JPS بعد از گروه‌بندی به‌وسیله رتبه‌ها

تعریف شده است، که در آن $\hat{\mu}$ یکی از سایر برآوردگرهای معرفی شده ($\hat{\mu}_{new}$، $\hat{\mu}_W$ و $\hat{\mu}_F$) است. نتایج شبیه‌سازی را می‌توان در جدول ۱ و توصیفی از آن برای $n = ۱۰$ در شکل ۲ مشاهده کرد. همچنین میزان اریبی برآوردگرهای $\hat{\mu}_{new}$ و $\hat{\mu}_W$ با استفاده از شبیه‌سازی تخمین زده شده و نتایج آن در داخل پرانتز گزارش شده است.

همان‌طور که در جدول ۱ ملاحظه می‌شود، برآوردگر پیشنهادی عملکرد بسیار بهتری نسبت به برآوردگر میانگین JPS استاندارد در اکثر حالات دارد (جز حالتی که حجم نمونه بزرگ و اندازه کلاس رتبه‌بندی کوچک باشد). علاوه بر این برآوردگر $\hat{\mu}_{new}$ در مقایسه با برآوردگرهای $\hat{\mu}_W$ و $\hat{\mu}_F$ کارایی بیشتری دارد بهترین برآوردگر معرفی شده نیز می‌باشد (جز حالتی که حجم نمونه بزرگ و اندازه کلاس رتبه‌بندی کوچک باشد). با افزایش مقدار m، کارایی برآوردگر $\hat{\mu}_{new}$، نسبت به برآوردگر میانگین JPS استاندارد و سایر برآوردگرها به شکل معنی‌داری بهبود می‌یابد به‌طوری که در بعضی حالات مانند $n = ۱۰$، $m = ۱۰$ و توزیع U-شکل، کارایی تا سه برابر افزایش می‌یابد. با افزایش حجم نمونه، کارایی نسبی $\hat{\mu}_{new}$ کاهش و به برآوردگر $\hat{\mu}_W$ نزدیک می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که برآوردگر پیشنهادی در توزیع‌های نرمال استاندارد، یکنواخت و U-شکل تقریبا نااریب و در توزیع نمایی میزان اریبی بسیار کمی دارد.



(الف) (ب) (ج) (د)

شکل ۲: کارایی برآوردگرهای $\hat{\mu}_{new}$، $\hat{\mu}_W$ و $\hat{\mu}_F$ نسبت به برآوردگر $\hat{\mu}_{JPS}$ به‌ازای مقادیر مختلف m، $n = ۱۰$ و چهار توزیع الف: نمایی، ب: نرمال، ج: بتا و د: یکنواخت

جدول ۱: کارایی برآوردگرهای $\hat{\mu}_{new}$، $\hat{\mu}_W$ و $\hat{\mu}_F$ نسبت به برآوردگر $\hat{\mu}_{JPS}$ به‌ازای مقادیر مختلف m و چهار توزیع

توزیع	m	RE, $n=۱۰$: $\hat{\mu}_F$	$n=۱۰$: $\hat{\mu}_W$	$n=۱۰$: $\hat{\mu}_{new}$	$n=۲۰$: $\hat{\mu}_F$	$n=۲۰$: $\hat{\mu}_W$	$n=۲۰$: $\hat{\mu}_{new}$
$N(۰,۱)$	۲	۱/۰۳	۱/۰۰(۰/۰۰)	۱/۰۳(۰/۰۰)	۱/۰۰	۱/۰۰(۰/۰۰)	۰/۹۷(۰/۰۰)
	۴	۱/۰۵	۱/۲۳(۰/۰۰)	۱/۳۲(۰/۰۰)	۱/۰۳	۱/۰۶(۰/۰۰)	۱/۱۰(۰/۰۰)
	۶	۱/۰۳	۱/۵۸(۰/۰۰)	۱/۷۲(۰/۰۰)	۱/۰۴	۱/۲۵(۰/۰۰)	۱/۳۳(۰/۰۰)
	۸	۱/۰۱	۱/۹۴(۰/۰۰)	۲/۱۱(۰/۰۰)	۱/۰۲	۱/۵۴(۰/۰۰)	۱/۶۸(۰/۰۰)
	۱۰	۱/۰۰	۲/۳۴(۰/۰۰)	۲/۵۳(۰/۰۰)	۱/۰۲	۱/۸۹(۰/۰۰)	۲/۰۶(۰/۰۰)
$Exp(۱)$	۲	۱/۰۴	۱/۰۱(۰/۰۰)	۱/۰۱(۰/۰۰)	۱/۰۱	۱/۰۰(۰/۰۰)	۰/۹۷(۰/۰۰)
	۴	۱/۰۶	۱/۱۸(۰/۰۰)	۱/۲۳(۰/۰۰)	۱/۰۳	۱/۰۴(۰/۰۰)	۱/۰۵(۰/۰۱)
	۶	۱/۰۳	۱/۴۱(−۰/۰۱)	۱/۵۰(−۰/۰۱)	۱/۰۵	۱/۱۷(۰/۰۰)	۱/۲۲(۰/۰۰)
	۸	۱/۰۲	۱/۶۶(−۰/۰۲)	۱/۷۶(−۰/۰۱)	۱/۰۴	۱/۳۳(−۰/۰۱)	۱/۳۹(۰/۰۰)
	۱۰	۱/۰۱	۱/۹۱(−۰/۰۳)	۲/۰۰(−۰/۰۲)	۱/۰۲	۱/۵۸(−۰/۰۱)	۱/۶۹(۰/۰۰)
$Unif(۰,۱)$	۲	۱/۰۳	۱/۰۱(۰/۰۰)	۱/۰۳(۰/۰۰)	۱/۰۱	۱/۰۰(۰/۰۰)	۰/۹۴(۰/۰۰)
	۴	۱/۰۴	۱/۲۶(۰/۰۰)	۱/۳۹(۰/۰۰)	۱/۰۴	۱/۰۷(۰/۰۰)	۱/۱۴(۰/۰۰)
	۶	۱/۰۲	۱/۶۸(۰/۰۰)	۱/۸۵(۰/۰۰)	۱/۰۳	۱/۳۰(۰/۰۰)	۱/۴۰(۰/۰۰)
	۸	۱/۰۱	۲/۱۵(۰/۰۰)	۲/۳۷(۰/۰۰)	۱/۰۲	۱/۶۹(۰/۰۰)	۱/۸۷(۰/۰۰)
	۱۰	۱/۰۱	۲/۶۳(۰/۰۰)	۲/۸۸(۰/۰۰)	۱/۰۱	۲/۱۸(۰/۰۰)	۲/۳۸(۰/۰۰)
U-shape	۲	۱/۰۳	۱/۰۱(۰/۰۰)	۱/۰۲(۰/۰۰)	۱/۰۱	۱/۰۰(۰/۰۰)	۰/۹۴(۰/۰۰)
	۴	۱/۰۴	۱/۲۶(۰/۰۰)	۱/۴۰(۰/۰۰)	۱/۰۴	۱/۰۸(۰/۰۰)	۱/۱۴(۰/۰۰)
	۶	۱/۰۲	۱/۷۰(۰/۰۰)	۱/۹۱(۰/۰۰)	۱/۰۳	۱/۳۱(۰/۰۰)	۱/۴۰(۰/۰۰)
	۸	۱/۰۱	۲/۱۵(۰/۰۰)	۲/۳۸(۰/۰۰)	۱/۰۲	۱/۷۰(۰/۰۰)	۱/۸۵(۰/۰۰)
	۱۰	۱/۰۱	۱/۶۹(۰/۰۰)	۳/۰۱(۰/۰۰)	۱/۰۱	۲/۱۷(۰/۰۰)	۲/۳۴(۰/۰۰)

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله به معرفی برآوردگر جدید در طرح نمونه‌گیری با طبقه‌بندی قضاوتی پرداخته شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که برآوردگر جدید به جز حالتی که حجم نمونه بزرگ و اندازه کلاس رتبه‌بندی کوچک باشد، از سایر برآوردگرها عملکردی بهتر دارد و با افزایش اندازه کلاس رتبه‌بندی کارایی بهبود می‌یافت.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از پیشنهادات داوران محترم که باعث اصلاحات سازنده در این مقاله شده است، کمال تشکر و سپاسگزاری را دارند.

مراجع

Dastbaravarde, A., Arghami, N. R. and Sarmad, M. (2012), Some Theoretical Results Concerning Non-parametric Estimation by Using a Judgment Post-stratification Sample, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, To appear.

Frey, J. and Ozturk, O. (2011), Constrained Estimation Using Judgment Post-stratification, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, **63**, 769-789.

Frey, J. and Feeman, G. T. (2012), An Improved Mean Estimator for Judgment Post-stratification, *Computational Statistics and Data Analysis*, **56**, 418-426.

Frey, J. and Feeman, G. T. (2013), Variance Estimation Using Judgment Post-stratification, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, **65**, 551-569.

MacEachern, S. N., Stasny, E. A. and Wolfe, D. A. (2004), Judgment Post-stratification with Imprecise Rankings, *Biometrics*, **60**, 207-215.

Wang, X., Lim, J. and Stokes, L. (2008), A Nonparametric Mean Estimator for Judgment Post-stratified Data, *Biometrics*, **64**, 355-363.

Wang, X., Stokes, L., Lim, J. and Chen, M. (2006), Concomitants of Multivariate Order Statistics With Application to Judgment Poststratification, *Journal of the American Statistical Association*, **101**, 1693-1704.