ضرایب همخوانی برای متغیرهای اسمی

سیدمهدی امیرجهانشاهی [۱]

چکیده

در اکثر تحقیقاتی که در علوم رفتاری یا علوم اجتماعی صورت می گیرند فرضیات بر اساس بررسی روابط متغیرهای اسمی بنا می شوند و هدف در این قبیل فرضیات بررسی ارتباط متغیرهای اسمی با یکدیگر می باشد. بنابراین آشنایی با ضرایب مناسب جهت بررسی ارتباط بین متغیرهای اسمی از اهمیت خاصی برخوردار می باشد. در این مقاله ضرایب همبستگی مناسب برای تحلیل ارتباط بین متغیرهای اسمی را معرفی نموده، ضریب جدیدی را تعریف می کنیم و به مقایسه توانایی تشخیص میزان ارتباط در ضریب جدید و سایر ضرایب می پردازیم و نشان می دهیم ضریب جدید از توانایی بالاتری در تشخیص میزان ارتباط، برخوردار است و در انتهای مقاله، ضرایبی برای حالت کلی ارائه می‌نماییم.

۱. مقدمه

ملاک همبستگی اندازه ای بدست می دهد که بر اساس آن می توان به میزان ارتباط بین دو متغیر پی برد. معمولاً وقتی با متغیرهای گسسته سرو کار داریم ، همیشه مناسب نیست مفهوم همبستگی را برای توصیف رابطه بین متغیرها بکار ببریم. اگر متغیرهای گسسته، شامل طبقه های بدون ترتیب باشند ، به جای همبستگی مناسب‌تر است اصطلاح همخوانی را بکار ببریم. مشخصه آماری که میزان همخوانی را اندازه می گیرد ضریب همخوانی نامیده می شود، این ضریب در عوض تغییر بین ۱- الی ۱+ بین صفر الی ۱ تغییر می کند. زیرا وقتی طبقه های متغیرها بیانگر روابط ترتیبی نیست، کاربرد مفاهیم رابطه های منفی یا مثبت مناسب نیست[۱].

۲. ضریب توافق C [۲]

موقعی که هر دو توزیع را متغیرهای ناپیوسته تشکیل می دهند از ضریب توافق برای اندازه گیری همبستگی موجود بین متغیرها استفاده می کنیم، وسیله مناسب برای آزمون معنی دار بودن در این حالت استفاده از خی دو می باشد. موقعی که ارتباطی بین متغیرها وجود دارد و معنی دار بودن آن را به وسیله خی دو تعیین می کنیم، این ارتباط را می توانیم با بکار بردن ضریب همبستگی توافق C به صورت کمیت در آوریم . این ضریب امکان دارد با هر تعداد سطر یا ستون در جدول پیش‌آیندی [۳] بکار برده شود . مقدار ضریب توافقی به مقدار χ^2 یا نهایتاً به میزانی که فراوانی‌های مشاهده شده از فراوانی های مورد انتظار فاصله می گیرند بستگی دارد [۶]، [۱] . رابطه C با χ^2 به شکل زیر بیان می شود:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + N}}$$

که در آن N مجموع کل فراوانی ها و χ^2 خی دوی محاسبه شده می باشد.

حداقل مقدار ضریب C صفر است و در صورتی اتفاق می افتد که تمام مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار در جدول پیش‌آیندی با هم یکسان باشند. در چنین شرایطی ، خی دو نیز مساوی صفر می شود و دو متغیر کاملاً از یکدیگر مستقل هستند. با وجود آن که مقدار C تخمینی از ضریب همبستگی گشتاوری پیرسن است ، چنین به نظر می رسد که بعلت انجام دسته بندی، کمتر از حد معمول ، قادر به برآورد r می باشد . حداکثر C به تعداد طبقات در متغیرها بستگی دارد و حداکثر مقدار C برابر است با: [۲]

$$C_{Max} = \sqrt{\frac{K-1}{K}}$$

۱- مربی گروه آمار دانشگاه بیرجند

۲- Contingency Coefficient

۳- Contingency Tabl

که درآن K تعداد طبقات درجداول مربعی می باشد. درجداول مستطیلی K طبقات متغیر با طبقات کمتر می باشد. برای جدول ۲×۲ حداکثر مقدار C مساوی۰/۷۰۷ می باشد ، و برای جدول ۴×۴ این مقدار برابر ۰/۸۶۶ است. در جدول ۱۰×۱۰ حداکثر مقدار C مساوی ۰/۹۴۷ و برای یک جدول ۳۰×۳۰ مساوی ۰/۹۸۲ می شود . با آوردن این مثال‌ها ، روشن می شود که مقایسه C برای جدول ۲×۲ با مقایسه C برای ۳×۳ ، ۴×۲ و یا ۶×۵ متناسب نمی باشد . ولی می توانیم تصحیحی در گروه بندی ها با تقسیم کردن مقدار محاسبه شده C بر حداکثر مقدار C برای تعداد بخصوصی از طبقات انجام دهیم. وقتی جدول پیشایندی تخمین قابل قبولی از r محسوب می‌شود که تعداد طبقات زیاد باشند(یعنی ۵×۵ یا بیشتر) ، تعداد مشاهدات در نمونه بزرگ باشد، متغیرها را بتوان به درستی به چند طبقه دسته بندی کرد. اگر حصول این شرایط امکان پذیر نباشند ، شاید مناسب‌تر باشد تا داده ها را به صورت جدول ۲×۲ ترکیب و به محاسبه ضریب فی یا ضریب چهار خانه ای بپردازیم. [۲]

۳. ضریب فی[1]

ضریب فی فقط موقعی که یک جدول چهارخانه ای داریم مورد استفاده قرار می گیرد . در این روش برای محاسبه میزان ارتباط ضرورتی ندارد که یک یا هر دو خصیصه به صورت متغیرهای پیوسته باشند ، ولی در عین حال متغیر ها باید به صورت دو ارزشی اندازه گیری شده باشند[۱و۳] . اما اگر هدف این است که ϕ بعنوان تخمینی از ضریب پیرسن (r) بکار برده شود، باید هردو توزیع نرمال باشند. جدول پیش‌آیندی زیر را در نظر بگیرید:

	۱	۲	جمع سطری
۱	a	b	$a+b$
۲	c	d	$c+d$
جمع ستونی	$a+c$	$b+d$	N

ضریب فی با استفاده از فرمول ذیل برای جدول پیش‌آیندی فوق قابل محاسبه می باشد:

$$\phi = \frac{ad-bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

که در آن d ,c , b, a فراوانی‌های مشاهده شده در یک جدول چهارخانه ای می باشند. ضرایب ϕ, C بسیار شبیه یکدیگر هستند و همیشه ϕ بزرگتر از C است. در بیشترکاربردهای پژوهشی حد بالای ϕ اساساً کمتر از یک می باشد. بیشینه مقدار ϕ برای یک جدول چهارخانه معین بستگی به ترکیب نسبت های کناری جدول دارد[۳] و از فرمول زیر بدست می آید:

$$\phi_{Max} = \sqrt{\frac{p_i q_j}{q_i p_j}} \qquad , \qquad p_i \geq p_j \quad , \quad i \neq j$$

موقعی که ضریب فی را مشابهr بعنوان ضریب همبستگی تفسیر می کنیم ، باید توجه کنیم که اگر مقدار عددی هر یک از توزیع های سطر یا ستون در اختیار باشند، این ضریب مقدار r را کمتر از حد معمول تخمین می زند. برای اینکه این برآورد خیلی کوچک ϕ را جبران کنیم ، می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$r = Sin(\phi ۹۰^\circ)$$

٤. ضریب V کرامر

یک شاخص همخوانی برای جداول $k \times l$ که ماکزیمم مقدار آن به تعداد طبقه متغیرها بستگی ندارد، V کرامر است. این مشخصه آماری ناپارامتری در حقیقت تعمیم ضریب فی است. مقدار آن بدون توجه به مقادیر k, l همیشه بین صفر و یک قرار دارد[۲] . ضریب V کرامر به صورت زیر تعریف می شود:

$$V = \sqrt{\frac{\chi^{۲}}{N \cdot Min\{(l-۱),(k-۱)\}}}$$

باید توجه داشت که اگر $k = l = ۲$ باشد، مقدار ضریب فی با ضریب V کرامر مساوی خواهد شد.

۵. ضریب T چوپروف

این شاخص همخوانی نیز برای جداول $k \times l$ تعریف می شود. مقدار آن بدون توجه به مقادیر k, l همیشه بین صفر و یک قرار دارد[۲] . ضریب T چوپروف به صورت زیر تعریف می شود:

$$T = \sqrt{\frac{\chi^{۲}}{N\sqrt{(k-۱)(l-۱)}}}$$

ضرایب V کرامر و T چوپروف تقریباً مشابه هستند، درجداول مربعی تقریباً $V = T$ و برای جداول مستطیلی $V > T$ است.

۱- Phi Coefficient

۶. ضریب چهارخانه ای($r_{t۱}$)[۱]

اگر بخواهیم رابطه بین دو متغیر را موقعی که هیچیک از آنها بـه جـز با مقیاس اسمی قابل اندازه گیری نباشند و فقط دو نوع طبقه بنـدی مناسب باشد را تعیین کنیم ، از ضریب چهارخانه ای مـی تـوانیم بـه عنوان روشی مطلوب و مطمئن استفاده کنیم . این روش را می تـوان فقط با جدول ۲×۲ بکار برد . مفروضه هایی که بکار بردن این ضـریب را تعیین می کنند عبارتند از اینکه هر دو متغیر ، در دو طبقه بنـدی پیوسته قرار بگیرند و به طور نرمال توزیع شده باشند. بعلاوه، باید این مفروضه را قبول کنـیم کـه رابطـه بـین دو متغیـر رابطـه ای خطـی است[۱] . فرمول محاسبه ضـریب همبـستگی چهارخانـه ای از یـک رشته عبارات بسیار پیچیده تشکیل شده است[۵] و [۶] ، اما اگـر دو طبقه بندی تقریباً بطور مساوی در وسط توزیع تقسیم شـده باشـند، فرمول زیر برآورد خوبی برای $r_{t۱}$ می باشد:

$$r_{t۱} = \left| \cos\left(\frac{\pi}{۱+\sqrt{bc/ad}}\right) \right|$$

در اینجا $d\,,c\,,b\,,a$ فراوانی‌های خانه های یک جدول چهارخانـه ای می باشند. در این ضریب وقتی که $ad-bc=۰$ باشد ارتباطی بین دو متغیر اسمی وجود ندارد و در صـورتی کـه $ad-bc\neq ۰$ باشـد همخوانی بـین دو متغیـر وجـود دارد. در ضـریب چهارخانـه ای کـه معرفی نمودیم از این ایده که برد تابع مثلثاتی کسینوس بین ۱- و ۱ است استفاده شده است. مـا نیز از همین ایـده استفاده می نمـاییم و به تعریف ضـریب چهارخانـه ای جدیـد مـی پـردازیم. آنـرا بـا $r_{t۲}$ مشخص می نماییم و به صورت زیر به معرفی آن می پردازیم:

$$r_{t۱} = \left| \cos\left(\pi \cdot \frac{\sqrt{ad}}{\sqrt{ad}+\sqrt{bc}}\right) \right|$$

و

$$r_{t۲} = \left| \sin\left(\frac{\pi}{۲} \cdot \frac{ad-bc}{ad+bc}\right) \right|$$

در هر جدول چهار خانه ای وقتی کـه $ad-bc=۰$ باشـد مینـیمم همخـوانی بـین دو متغیـر و در حـالاتی کـه $ad-bc>>۰$ یا $ad-bc<<۰$ با ماکزیمم همخوانی بین دو متغیر روبرو خواهیم بود. در حالتی $ad-bc$ بسیار متفاوت از صفر خواهد بود که بیـشتر فراوانی ها در خانه های (۱و۱) و (۲و۲) یا خانه هـای (۱و۲) و (۲و۱) جدول چهارخانه ای قرار گیرنـد و در حـالاتی $ad-bc$ نزدیـک بـه صفر خواهد بود که فراوانی ها در چهار خانه ، تقریباً به طـور یکـسان توزیع شوند. بر این اساس به مطالعه ضرایب معرفی شده می پردازیم. اگــر $ad-bc=۰$ یـا بـه عبـارتی $ad=bc$ باشـد $r_{t۱}=|\cos(\pi/۲)|=۰$ ، $r_{t۲}=|\sin(۰)|=۰$ خواهند بود.

در حالتی هم که $ad-bc>>۰$ یا به عبارتی bc تقریباً صفر باشد:

$$r_{t۱}=|\cos(\pi)|=۱$$

و

$$r_{t۲}=|\sin(\pi/۲)|=۱$$

در حالتی هم که $ad-bc<<۰$ یا به عبارتی ad تقریباً صفر باشد:

$$r_{t۱}=|\cos(\pi)|=۱$$

و

$$r_{t۲}=|\sin(-\pi/۲)|=۱$$

بنابراین ضریب معرفی شده از سازگاری خوبی با مطالب تئوری مطرح شده از خود نشان می دهد.

۷. بررسی عملـی توانـایی ضـرایب همخـوانی مطرح شده

برای این منظور حالات مختلفی را برای مقادیر هر چهار خانه در نظر می گیریم و در مورد هر یک به محاسبه ضـریب چهارخانـه ای $r_{t۱}$ و ضریب چـهارخانه ای جدید معرفی شده می پردازیم. نتایج در جداول یک و دو ارائه شده اند، همان‌طور که در جدول یک ملاحظه می شود ابتدا حالتی را در نظر گرفته ایم که مقدار هر چهار خانه یکسان است که این نشان دهنده پایین ترین همخوانی بـین دو متغیـر مـی باشـد زیرا $ad-bc=۰$ است. مقدار محاسبه شده توسـط ضـریب جدیـد مانند ضریب چهارخانه ای $r_{t۱}$ این عدم همخوانی را بـه خـوبی نـشان می دهد. در ادامه مقادیر را طوری تغییر داده ایم کـه از حالـت عـدم وجود همخوانی به همخوانی کامل نزدیک شویم بـا ملاحظـه ضـریب متوجه می شویم که آن نیز به خوبی این مطلب را با مقادیرش که در حال نزدیک شدن به یک می باشد نشان می دهد. مطلبی کـه وجـود دارد این است که در هر مرحله ضریب چهارخانه ای جدید($r_{t۲}$) ایـن میزان همخوانی رو بـه رشـد ایجـاد شـده را بیـشتر از $r_{t۱}$ تـشخیص می دهند.(جدول ۱)

در جدول ۲ نیز ابتدا کار را از حالـت عـدم وجـود همخـوانی بـین دو متغیر شروع نموده و روند ایجـاد همخـوانی بـین دو متغیـر را پـیش می گیریم ، با این تفاوت که در جدول ۱ ایجاد همخوانی بـا افـزایش مقادیر خانه های (۱و۱) و (۲و۲) و کاهش مقادیر خانه هـای (۱و۲) و (۲و۱) صورت می گرفت ولی در جدول ۲ ایجاد همخوانی بـا افـزایش مقادیر خـانه های (۲و۱) و (۱و۲) و کاهش مقادیر خانه هـای (۱و۱)

۱- Tetrachoric Coefficient

و (۲و۲) انجام می شود. در این جدول نیز ملاحظه می کنیم ضریب چهارخانه ای جدید($r_{t۲}$) این میزان همخوانی رو به رشد ایجاد شده را بیشتر از $r_{t۱}$ ارزیابی می نماید.(جدول ۲)

برای درک بهتر توانایی ضریب چهارخانه ای جدید نمودار ۱ را رسم نموده ایم. همانطور که در نمودار ۱ مشاهده می شود ضریب جدید($r_{t۲}$) در تمام موارد میزان همخوانی را بیشتر از $r_{t۱}$ تشخیص داده است.

به منظور مقایسه توانایی کلیه ضرایب مطرح شده جدول ۳ را در ادامه ارائه می نماییم. جدول ۳ شبیه جدول شماره ی۱ می باشد. با این تفاوت که سایر ضرایب همخوانی نیز در آن ارائه شده است.(جدول ۳)

همانطورکه ملاحظه می شود در تمام موارد، ضریب چهارخانه ای جدید($r_{t۲}$) از توانایی بالاتری در تشخیص همخوانی بین دو متغیر برخوردار است. ضریب ϕ نسبت به C درتمام موارد همخوانی را بیشتر تشخیص می دهدو ضرایب V,T نیزدراکثر موارد همخوانی را بیشتر از ϕ تشخیص می دهند که در نمودار یک کاملاً مشخص می باشد.

از ضریب جدید چهارخانه ای برای متغیرهای ترتیبی نیز می توان استفاده نمود، البته به این صورت که قدرمطلق از فرمول‌ها حذف شود تا ضریب بتواند علاوه برمقدار جهت ارتباط را هم مشخص نماید.(نمودار ۱)

۸. ضرایب چند خانه ای[۱]

برای تعمیم ضرایب چهار خانه ای به حالت کلی تر، یعنی متغیرهای اسمی L سطحی($L > ۲$) فرمول‌های زیر را ارائه می نماییم:

$$r_{G۱} = \left| Cos\left(\pi \cdot \frac{\prod_{i=۱}^{L} a_{ii}}{\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} + ۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right| \quad ,$$

$$r_{G۲} = \left| Sin\left(\frac{\pi}{۲} \cdot \frac{\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} - ۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}{\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} + ۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

$$r_{G۳} = \left| Cos\left(\pi \cdot \frac{\sum_{i\neq j}^{L} a_{ii} a_{jj}}{\sum_{i\neq j}^{L} a_{ii} a_{jj} + \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right| \quad ,$$

$$r_{G۴} = \left| Sin\left(\frac{\pi}{۲} \cdot \frac{\sum_{i\neq j}^{L} a_{ii} a_{jj} - \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}{\sum_{i\neq j}^{L} a_{ii} a_{jj} + \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik}}\right) \right|$$

که در آنها a_{ij} فراوانی خانه سطر i ام و ستون j ام جدول پیش‌آیندی حاصل از دو متغیر می باشد. این ضرایب که اعدادی بین ۰ و ۱ هستند را به عنوان ضرایب عمومی همخوانی بین دو متغیر معرفی می‌نماییم. در ضرایب $r_{G۲}, r_{G۱}$ در حالتی که $\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} - ۲ \sum_{i<j, j\neq k} a_{ij} a_{ik} = ۰$ باشد مینیمم میزان همخوانی بین دو متغیر را خواهیم داشت و در حالتی که بین این دو جزء اختلاف زیادی باشد یا به عبارتی

$$\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} - ۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik} \quad >> ۰$$

یا

$$\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} - ۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik} \quad << ۰$$

باشد همخوانی به ماکزیمم خود نزدیک خواهد شد و در حالتی که $\prod_{i=۱}^{L} a_{ii} = ۰$ یا $۲ \sum_{i<j\ ,\ j\neq k} a_{ij} a_{ik} = ۰$ باشند همخوانی برابر ماکزیمم مقدار خود یعنی یک خواهد شد. برای ضرایب $r_{G۴}, r_{G۳}$ نیز با استدلال مشابهی می توان سازگاری آنها را با مطالب تئوری نشان داد.

۹. مقایسه توانایی ضرایب چندخانه ای جدید

برای این منظور حالات مختلفی را برای مقادیر خانه های یک جدول فرضی ۳ × ۳ در نظر می گیریم و در هر مورد به محاسبه ضرایب چند خانه ای معرفی شده می پردازیم. بدین ترتیب توانایی آنها در مقابل یکدیگر براحتی قابل مقایسه خواهد بود.(جدول ۴)

در جدول فراوانی ها را طوری در نظر می گیریم که از وضعیت عدم وجود ارتباط به وضعیت ارتباط کامل برسیم و برای هر مورد به محاسبه هر چهار ضریب می پردازیم. همان‌طور که در جدول ۴ ملاحظه می شود ضرایب $r_{G۲}, r_{G۱}$ در حالت عدم وجود ارتباط (وضعیت اول) به اشتباه وجود ارتباط را نشان می دهند در حالی‌که

۱- Polychoric Coefficients

ضرایب r_{G_3} , r_{G_4} به درستی عدم وجود ارتباط را مشخص می کنند. در حالات میانی با اینکه به آرامی به ارتباط کامل نزدیک می شویم ولی r_{G_1} , r_{G_2} با سرعت غیر قابل قبولی به یک نزدیک می شوند که این مطلب دلیلی بر عدم کفایت آنهاست. در حالت وجود ارتباط کامل (وضعیت آخر) هر چهار ضریب توانایی خوبی در تشخیص وجود ارتباط کامل از خود نشان می دهند. بنابراین در مجموع با توجه به بررسی چهار ضریب در حالات مختلف، در عمل استفاده از ضرایب r_{G_3} , r_{G_4} توصیه می شود.

جدول یک – مقایسه میزان توانایی ضرایب r_{t_1} , r_{t_2}

A	B	C	D	r_{t_1}	r_{t_2}
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۰/۰۰۰۷۹۶	۰/۰۰۰۷۹۶
۱۶	۱۴	۱۴	۱۶	۰/۱۰۳۶۸	۰/۲۰۶۱۲
۱۷	۱۳	۱۳	۱۷	۰/۲۰۷۰۳	۰/۳۹۹۷۲
۱۹	۱۱	۱۱	۱۹	۰/۴۰۵۸۱	۰/۷۰۳۹۵
۲۱	۹	۹	۲۱	۰/۵۸۶۸۸	۰/۸۸۲۸۸
۲۳	۷	۷	۲۳	۰/۷۴۲۳۳	۰/۹۶۴۳۶
۲۵	۵	۵	۲۵	۰/۸۶۵۳۶	۰/۹۹۲۵۲
۲۷	۳	۳	۲۷	۰/۹۵۰۶۱	۰/۹۹۹۲۰
۲۸	۲	۲	۲۸	۰/۹۷۷۸۴	۰/۹۹۹۸۵
۲۹	۱	۱	۲۹	۰/۹۹۴۳۶	۰/۹۹۹۹۹
۳۰	○	○	۳۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰

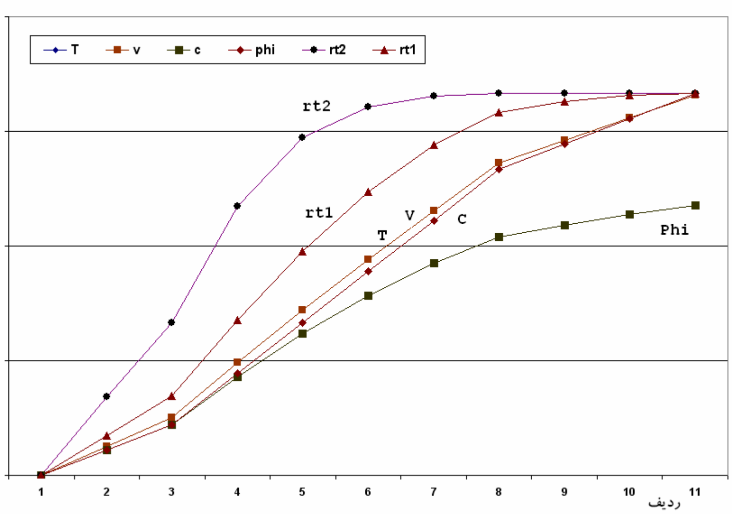
جدول دو – مقایسه میزان توانایی ضرایب r_{t_1} , r_{t_2}

A	B	C	D	r_{t_1}	r_{t_2}
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۰/۰۰۰۷۹۶	۰/۰۰۰۷۹۶
۱۴	۱۶	۱۶	۱۴	۰/۱۰۵۲۷	۰/۲۰۷۶۸
۱۳	۱۷	۱۷	۱۳	۰/۲۰۸۵۹	۰/۴۰۰۵۸
۱۱	۱۹	۱۹	۱۱	۰/۴۰۷۲۷	۰/۷۰۵۰۸
۹	۲۱	۲۱	۹	۰/۵۸۸۱۷	۰/۸۸۳۶۳
۷	۲۳	۲۳	۷	۰/۷۴۳۳۹	۰/۹۶۴۷۸
۵	۲۵	۲۵	۵	۰/۸۶۶۱۶	۰/۹۹۲۷۲
۳	۲۷	۲۷	۳	۰/۹۵۱۱۱	۰/۹۹۹۲۷
۲	۲۸	۲۸	۲	۰/۹۷۸۱۷	۰/۹۹۹۸۷
۱	۲۹	۲۹	۱	۰/۹۹۴۵۳	۰/۹۹۹۹۹
○	۳۰	۳۰	○	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰

جدول سه - مقایسه میزان توانایی ضرایب مورد بررسی

ردیف	A	B	C	D	$r_{t۱}$	$r_{t۲}$	ϕ	C	V	T
۱	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۰/۰۰۰۷۹۶	۰/۰۰۰۷۹۶	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰
۲	۱۶	۱۴	۱۴	۱۶	۰/۱۰۳۶۸	۰/۲۰۶۱۲	۰/۰۶۶۶۷	۰/۰۶۶۵۲	۰/۰۷۶۰۹	۰/۰۷۶۰۹
۳	۱۷	۱۳	۱۳	۱۷	۰/۲۰۷۰۳	۰/۳۹۹۱۲	۰/۱۳۳۳۳	۰/۱۳۲۱۶	۰/۱۵۰۴۴	۰/۱۵۰۴۴
۴	۱۹	۱۱	۱۱	۱۹	۰/۴۰۵۸۱	۰/۷۰۳۹۵	۰/۲۶۶۶۷	۰/۲۵۷۶۶	۰/۲۹۴۳۱	۰/۲۹۴۳۱
۵	۲۱	۹	۹	۲۱	۰/۵۸۶۸۸	۰/۸۸۲۸۸	۰/۴۰۰۰۰	۰/۳۷۱۳۹	۰/۴۳۲۲۹	۰/۴۳۲۲۹
۶	۲۳	۷	۷	۲۳	۰/۷۴۲۳۳	۰/۹۶۴۳۶	۰/۵۳۳۳۳	۰/۴۷۰۵۹	۰/۵۶۴۹۶	۰/۵۶۴۹۶
۷	۲۵	۵	۵	۲۵	۰/۸۶۵۳۶	۰/۹۹۲۵۲	۰/۶۶۶۶۷	۰/۵۵۴۷۰	۰/۶۹۲۸۳	۰/۶۹۲۸۳
۸	۲۷	۳	۳	۲۷	۰/۹۵۰۶۱	۰/۹۹۹۲۰	۰/۸۰۰۰۰	۰/۶۲۴۷۰	۰/۸۱۶۳۲	۰/۸۱۶۳۲
۹	۲۸	۲	۲	۲۸	۰/۹۷۷۸۴	۰/۹۹۹۸۵	۰/۸۶۶۶۷	۰/۶۵۴۹۳	۰/۸۷۶۵۵	۰/۸۷۶۵۵
۱۰	۲۹	۱	۱	۲۹	۰/۹۹۴۳۶	۰/۹۹۹۹۹	۰/۹۳۳۳۳	۰/۶۸۲۳۲	۰/۹۳۵۸۱	۰/۹۳۵۸۱
۱۱	۳۰	○	○	۳۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰	۰/۷۰۷۱۱	۰/۹۹۴۱۶	۰/۹۹۴۱۶

نمودار ۱- مقایسه میزان توانایی ضرایب مورد بررسی



جدول چهار- مقایسه توانایی ضرایب چند خانه‌ای جدید

$a_{۱۱}$	$a_{۱۲}$	$a_{۱۳}$	$a_{۲۱}$	$a_{۲۲}$	$a_{۲۳}$	$a_{۳۱}$	$a_{۳۲}$	$a_{۳۳}$	$r_{G۱}$	$r_{G۲}$	$r_{G۳}$	$r_{G۳}$
۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۰/۶۲۲۶۰	۰/۶۲۳۲۲	/۰۰۰۷۹۶	۰/۰۰۰۰۰
۲۰	۱۲	۱۲	۱۲	۲۰	۱۲	۱۲	۱۲	۲۰	۰/۹۳۳۱۴	۰/۹۳۳۴۳	۰/۵۷۲۶۷	۰/۵۷۳۳۲
۳۵	۱۰	۱۰	۱۰	۳۵	۱۰	۱۰	۱۰	۳۵	۰/۹۹۶۷۹	۰/۹۹۶۸۵	۰/۹۱۶۹۸	۰/۹۱۷۳۰
۴۰	۵	۵	۵	۴۰	۵	۵	۵	۴۰	۰/۹۹۹۶۶	۰/۹۹۹۶۸	۰/۹۸۷۶۹	۰/۹۸۷۸۲
۵۰	○	○	○	۵۰	○	○	○	۵۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰	۱/۰۰۰۰۰

مراجع

[1] – Morehouse, C. A. and Stull, G. A., 1990, *Statistical Principles and Procedures with Applications for Physical Education,* Lea and Febiger Press, Philadelphia.
[2] – Graham J.G. and Upton, 1978, *The Analysis of Cross-Tabulated Data*. John Wiley, New York.
[3] – Hooman , H. A., 1998, Categorical Data Analysis and Log-Linear Models in Scientific Reasearch. State Management Training Center, Tehran.
[4] – Joreskog, K. G., 1994, On the estimation of polychoric correlations and their asymptotic covariance matrix. *Psychometrika*, 59, 381-390.
[5] – Olsson, U. , 1979. Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficient. *Psychometrika*, 44, 443-460.
[6] – Siegel, S., 1956, *Nonparametric Statistics for Behavior Sciences.* John Wiley, New York.