کتابخانه شخصی

طرح آزمایش و تحلیل رگرسیونی در شبیه‌سازی

جک کلایجنن و چارلز استندریج

ترجمه و اقتباس
غلامحسین شاهکار* و حامد رضا طارقیان†

چکیده

در یک سیستم خاص تولیدی انعطاف‌پذیر، ترکیب ماشینها، یعنی تعداد ماشینهایی که یکی از سه کار مورد نظر را انجام می‌دهند و همچنین تعداد ماشینهایی که قابلیت انجام هر یک از آن سه کار را دارند (ماشینهای انعطاف‌پذیر)، ورودی شبیه‌سازی یک سیستم خاص انعطاف‌پذیرند. یک ترکیب شهودی از این چهار ماشین با طرح عاملی کسری 2^{4-1} مقایسه می‌شود. خروجی شبیه‌سازی سیستم تولیدی مفروض از طریق دو مدل متفاوت رگرسیونی تحلیل می‌شود. اعتبار این مدلها تأیید می‌شود. مدل رگرسیونی با دو ورودی شامل اثر متقابل آنها، پیشگوییهایی معتبر و مدلل دارد.

مقدمه

شبیه سازی تکنیکی است که در بسیاری زمینه‌ها به دلیل انعطاف‌پذیری، سادگی و واقعی بودنش به کار می‌رود. اما چون مبتنی بر انجام آزمایش (با سیستم واقعی) است، لذا نیازمند طرح و تحلیل آماری است مطالب مورد بحث در مقاله حاضر، بر نکات استراتژیک در اجرای شبیه‌سازی تأکید دارد، یعنی آنکه کدام یک از صورتهای مدل شبیه‌سازی باید اجرا شوند (ترکیب مقادیر پارامترهای ورودی)، و چگونه باید به تحلیل آماری خروجی حاصل پرداخت. هر چند نکات تاکتیکی (مانند طول اجرا و بازه‌های اطمینان) تنها در شبیه‌سازی سیستمهای احتمالی مطرح‌اند، اما نکات استراتژیک هم در شبیه‌سازی سیستمهای غیراحتمالی و هم در سیستمهای احتمالی پیش می‌آیند. هدف مقاله حاضر مطالعهٔ مدل شبیه‌سازی غیراحتمالی یک سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر است.

سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر

شکل ۱ یک طرح ممکن برای سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر را نشان می‌دهد که به وسیله ورتمن[1] و ویلسن[2] مطالعه شده است [۲]. در این طرح نوار نقاله‌ای جهت انتقال قطعات بین ماشینها و ماشین شستشو تعبیه شده است. قطعات قبل از انجام هرکار و پس از انجام آخرین کار شسته می‌شوند. آنها از طریق یک ماشین تراش وارد و از طریق یک ایستگاه بازرسی خارج می‌شوند. سه نوع کار با گدهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ توسط ماشینها انجام می‌شوند. پنج ماشین جهت انجام کار ۱۰، دو ماشین جهت انجام کار ۲۰، دو ماشین جهت انجام کار ۳۰ و یک ماشین انعطاف‌پذیر جهت انجام هر یک از سه کار ۱۰، ۲۰ یا ۳۰ در نظر گرفته شده‌اند.

حدود مسأله

در این مطالعه ترکیب ماشینها، یعنی تعداد ماشینهایی که هر یک از کارهای خاص را انجام می‌دهند و همچنین تعداد ماشینهای انعطاف‌پذیر که قادر به انجام هر سه کار هستند تعیین می‌شود. فرض کنید:

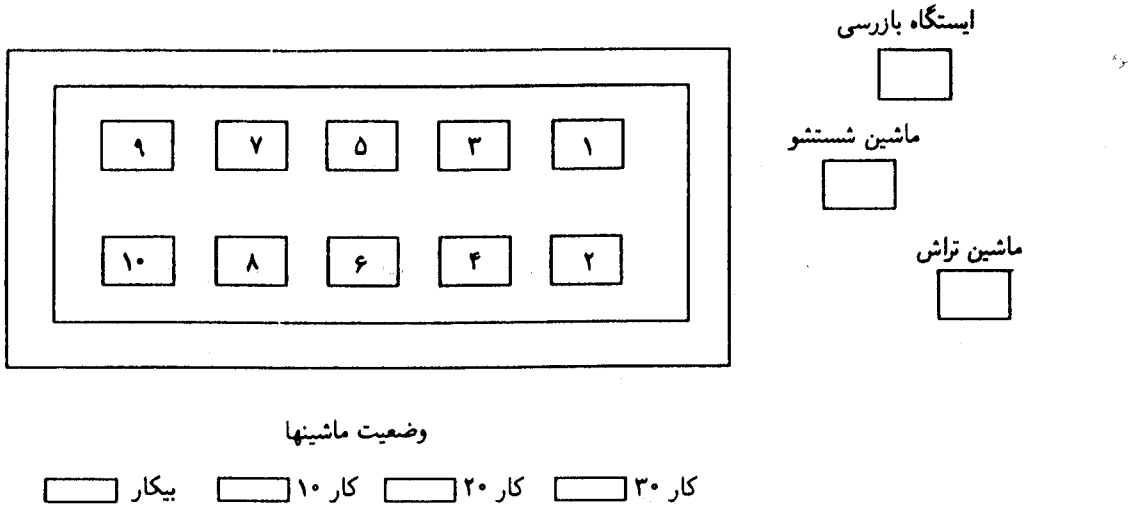
x_1: تعداد ماشینهایی که کار ۱۰ را انجام می‌دهند.
x_2: تعداد ماشینهایی که کار ۲۰ را انجام می‌دهند.
x_3: تعداد ماشینهایی که کار ۳۰ را انجام می‌دهند.
x_4: تعداد ماشینهای انعطاف‌پذیر برای انجام کارهای ۱۰، ۲۰ یا ۳۰.

ترکیب ماشینها (یعنی مقادیر x_1، x_2، x_3، x_4) باید قابلیت پردازش حداقل ۳۱۴۰ قطعه در هفته را داشته باشد. مسأله تحت بررسی منحصر

*) دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد †) دانشکدهٔ علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

1) Wortman 2) Wilson

[Downloaded from irstat.ir on 2025-08-28]



شکل ۱ طرح استقرار یک سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر

کنترل منطقی یک سیستم انعطاف‌پذیر است، که تنها یک نوع قطعه را پردازش می‌کند.

با یک حساب سرانگشتی ترکیب ماشینها به صورت زیر تعیین می‌شود. قید مربوط به قابلیت پردازش ۳۱۴۰ قطعه در هفته به معنای آن است که در هر دقیقه باید کسر ۰/۷۳ قطعه پردازش شود. می‌دانیم که انجام کارهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ به ترتیب برای هر قطعه ۷/۵، ۲/۵ و ۳/۵ دقیقه زمان لازم دارد. بنابراین ترکیب محاسبه شده برای ماشینها عبارت خواهد بود از $x_1 = 5/4$ و $x_2 = 1/8$ و $x_3 = 2/5$.

در صورتی که مقادیر محاسبه شده را به بالا گرد کنیم به مقادیر $x_1 = 6$، $x_2 = 2$ و $x_3 = 3$ می‌رسیم. چنین ترکیبی باعث ایجاد ظرفیت اضافی برای هر نوع ماشین شده، و بنابراین نیازی به ماشین انعطاف‌پذیر نیست یعنی $x_4 = 0$. از طرف دیگر چنانچه نتایج حاصل را به پایین گرد کنیم، داریم $x_1 = 5$، $x_2 = 1$ و $x_3 = 2$. در اینجا لازم است تا ظرفیت ماشین انعطاف‌پذیر x_4 باشد، بنابراین $x_4 = 1/7 = 0/5 + 0/8 + 0/4$. ماشینهای انعطاف‌پذیر نسبت به ماشینهایی که تنها یک نوع کار را انجام می‌دهند گرانترند. از این رو نیازی به در نظر گرفتن ماشینهای انعطاف‌پذیر به‌جای ماشینهای معمولی نیست. یعنی چنانچه در اینجا هزینه استقرار و راه‌اندازی یک ماشین انعطاف‌پذیر بیشتر از یک و نیم برابر هزینه استقرار و راه‌اندازی یک ماشین معمولی باشد، آنگاه نیازی به در نظر گرفتن ماشین انعطاف‌پذیر نیست.

با توجه به راه حل ساده فوق دامنه تغییرات مقادیر ورودی به سیستم شبیه‌سازی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} 5 \le x_1 \le 6, \\ 1 \le x_2 \le 2, \\ 2 \le x_3 \le 3, \\ 0 \le x_4 \le 2, \end{aligned} \qquad (1)$$

طرح آزمایش

با توجه به دامنه تغییر متغیرها، می‌بینیم که در این مسأله لازم است تا ۲۴ ترکیب مختلف را شبیه‌سازی کنیم. در بسیاری از مطالعات شبیه‌سازی تعداد این قبیل ترکیبها خیلی بیشتر است. چگونه می‌توان تنها با در نظر گرفتن کسری از کلیه ترکیبهای ممکن به جواب قابل قبول رسید؟ به این سؤال در بخشهای بعد پاسخ می‌گوییم.

جدول ۱ گزینه ترکیبهای ورودی برای شبیه‌سازی را نشان می‌دهد که به طور شهودی و بدون توجه به نظریه آماری طرح آزمایشها ارائه شده‌اند.

جدول ۱ طرح شهودی

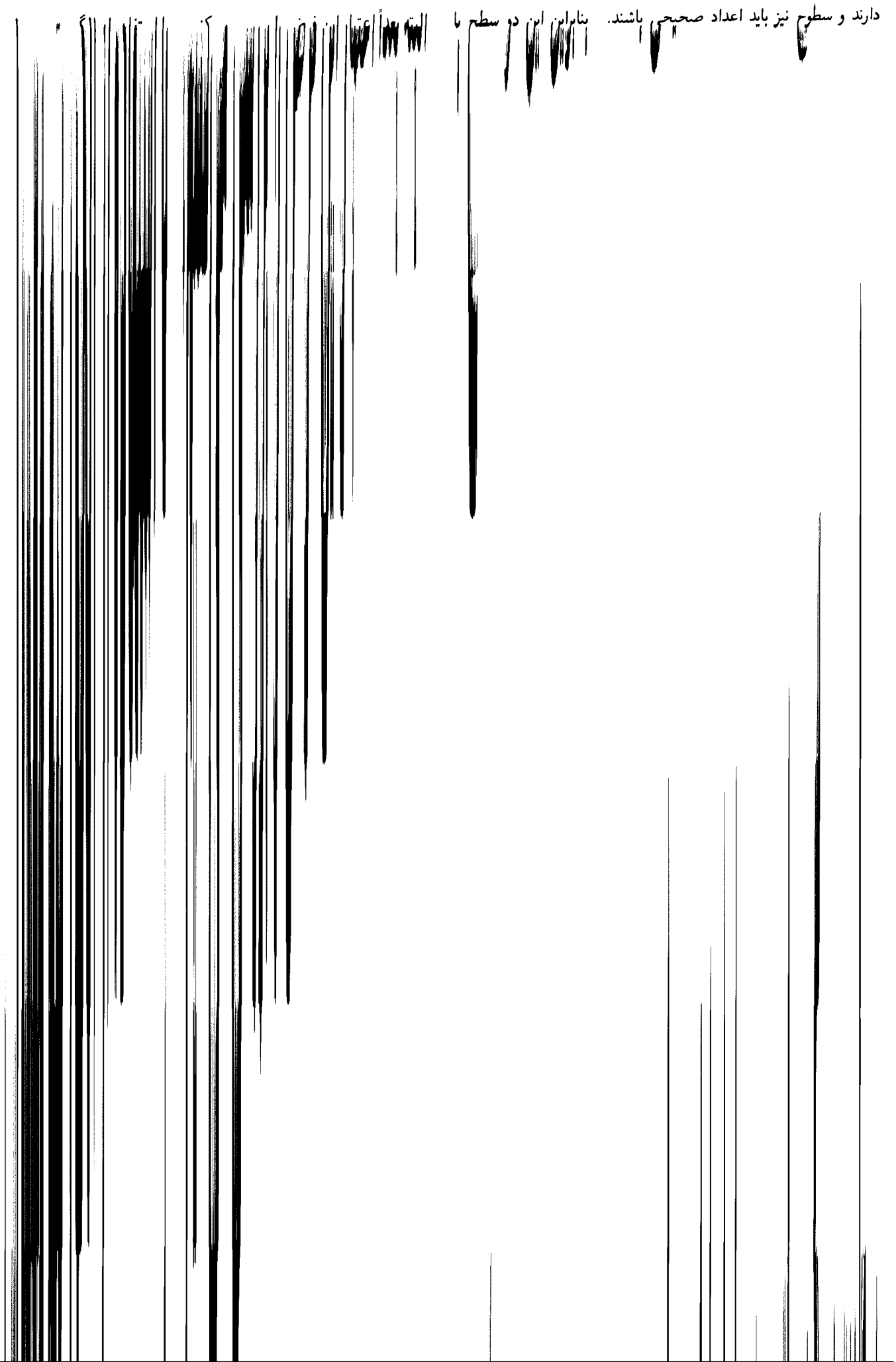
شماره اجرا	x_1	x_2	x_3	x_4	$\sum x_j$
	(کار ۱۰)	(کار ۲۰)	(کار ۳۰)	(انعطاف‌پذیر)	
۱	−	−	−	−	(۸)
۲	+	−	+	M	(۱۱)
۳	−	+	+	M	(۱۱)
۴	+	+	−	−	(۱۰)
۵	−	−	+	+	(۱۱)
۶	+	−	−	M	(۱۰)
۷	−	+	−	M	(۱۰)
۸	+	+	+	+	(۱۳)

توضیح: حداقل مقادیر $x_j (j = 1, \ldots, 4)$ را با −، و حداکثر مقادیر آن را با + و مقدار میانی x_4 را با M نشان داده‌ایم ($x_4 = 1$).

نظریه رسمی طرحهای 2^k حاکی از آن است که هر «عامل» (متغیر مستقل x_j به طوری که $j = 1, 2, 3, 4$) تنها در دو سطح (مقدار) مورد مطالعه قرار می‌گیرد. (در مسأله مورد بحث، عاملها دامنه بسیار محدودی

[Downloaded from irstat.ir on 2025-08-28]

دارند و سطوح نیز باید اعداد صحیحی باشند. بنابراین این دو سطح با



[Downloaded from irstat.ir on 2025-08-28]

$a = ۰/۳$ نشان می‌دهد.

راه فشرده‌تر برای ارزیابی تأثیر حذف یک اجرا، توجه به پیشگوی، y است، یعنی وقتی معیار ارزیابی را به جای پاسخ، پیشگو در نظر بگیریم.

جدول ۵ خطای نسبی پیشگو

$$r_i = \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}, \quad i = ۱, \ldots, ۸ \qquad (۷)$$

یا اعتبار تقاطعی را نشان می‌دهد، که در آن $\hat{y}_i$ پاسخ پیش‌بینی شده بر اساس معادله (۲) اما با برآورد اثرهای $\hat{\beta}_j$ با استفاده از تنها $n-۱$ اجرا است، یعنی پس از حذف i امین اجرا از داده‌های شبیه‌سازی شده.

جدول ۴ پایداری βهای معنی‌دار در صورت حذف یک اجرا

	$\hat{\beta}_۱$	$\hat{\beta}_۲$	$\hat{\beta}_۳$	$\hat{\beta}_۰$
	(ثابت)	(انعطاف‌پذیر)	(کار ۳۰)	(کار ۲۰)	(کار ۱۰)	(اجرای حذف شده)
۱		۵۵۷	۵۷۷		
۲		۷۱۲	۵۰۰		۲۰۳۲
۳		۶۴۰	۷۰۰		
۴		۶۲۹	۶۹۴		
۵			۶۵۸		۱۹۶۲
۶			۷۳۶		
۷			۵۳۶		
۸			۵۴۱		۳۲۸۸
هیچکدام			۵۴۱		۳۲۸۸

خطاهای جدول ۵ و ناپایداریهای جدول ۴ به قدری بزرگ هستند که مدل رگرسیونی جمعی، معادله (۲) رد می‌شود، و لزوم در نظر گرفتن یک فرامدل جدید (با استفاده از داده‌های قبلی شبیه‌سازی) را ایجاب می‌کنند.

جدول ۵ اعتبار تقاطعی مدل $y_i - \hat{y}_i/y_i$

اجرای حذف شده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
خطای نسبی (٪)	۱۰	۲۷	۱۹-	۱۸-	۱۳	۳۳	۳۸-	۳۵-

فرامدل دیگر

جدول ۴ نشان می‌دهد که عوامل $x_۱$ و $x_۳$ مهم نیستند. بنابراین یک مدل رگرسیونی برحسب عوامل دیگر $(x_۴, x_۲)$ که شامل اثر متقابل این دو عامل نیز باشد، در نظر می‌گیریم:

$$\hat{y} = \hat{\gamma}_۰ + \hat{\gamma}_۲ x_۲ + \hat{\gamma}_۴ x_۴ + \hat{\gamma}_{۲,۴} x_۲ x_۴ \qquad (۸)$$

به موجب این مدل جدول ۴ به جدول ۶ تبدیل می‌شود، و همان طور که می‌بینیم در مدل جدید کلیه برآوردها با حذف اجرای i، $(i = ۱, \ldots, ۸)$ معنی‌دار باقی می‌مانند.

جدول ۶ پایداری $\hat{\gamma}$های معنی‌دار با حذف یک اجرا

	$\hat{\gamma}_۲$	$\hat{\gamma}_۴$	$\hat{\gamma}_{۲,۴}$	$\hat{\gamma}_۰$
۱	۹۵۲	۱۳۶۴	-۴۹۲	۷۷۶
۲	۹۵۲	۱۳۰۰	-۴۶۰	۷۷۶
۳	۹۵۲	۱۳۲۴	-۴۶۸	۷۷۶
۴	۹۵۲	۱۳۴۰	-۴۸۴	۷۷۶
۵	۱۱۵۲	۱۴۳۲	-۵۷۶	۵۷۶
۶	۷۵۲	۱۲۳۴	-۳۷۶	۹۷۶
۷	۹۵۲	۱۳۳۲	-۴۷۶	۷۷۶
۸	۹۵۲	۱۳۳۲	-۴۷۶	۷۷۶
هیچکدام	۹۵۲	۱۳۳۲	-۴۷۶	۷۷۶

با در نظر گرفتن مدل جدید، جدول ۵ به جدول ۷ تبدیل می‌گردد. همان طور که ملاحظه می‌شود خطاهای نسبی پیشگو در اینجا به مراتب کوچکتر شده‌اند.

جدول ۷ اعتبار تقاطعی معادله ۸

اجرای حذف شده	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
خطای نسبی (٪)	۲	۲	۱-	۱	۱۶-	۱۴	۰	۰

جدول ۸ بررسی مضاعف معادله (۸)

$x_۲$ (کار ۲۰)	$x_۴$ (انعطاف‌پذیر)	$x_۲x_۴$ (اثر متقابل)	y (خروجی)	$\hat{y}$ (پیش‌گو)	$r(\%)$ (خطا)
۲	۱	۲	۱۳۶۸	۳۰۶۰	۳
۱	۱	۱	۳۴۵۶	۲۵۸۴	۲۵
۲	۱	۲	۳۴۰۸	۳۰۶۰	۱۰
۱	۱	۱	۲۸۹۶	۲۵۸۴	۱۱

در مسأله مورد بررسی می‌توان به دلیل در اختیار داشتن داده‌های شبیه‌سازی برای بعضی ترکیبهای اضافی ورودی (به غیر از ۸ اجرای جدول ۲)، یعنی آنهایی که در جدول ۱ آمده ولی در جدول ۲ نیامده‌اند اعتبار مدل را مجدداً مورد ارزیابی قرار داد. از چهار ترکیب جدول ۸ که در برازاندن معادله ۸ مورد استفاده قرار نگرفته‌اند، برای بررسی مجدد قابلیت پیش‌بینی فرامدل رگرسیونی استفاده می‌کنیم.

بنابراین فرامدل عبارت است از:

$$\hat{y} = ۷۷۶ + ۹۵۲x_۲ + ۱۳۳۲x_۴ - ۴۷۶x_۲x_۴.$$

این مدل حاکی از آن است که:

۱) ماشینهایی که کار ۲۰ را انجام می‌دهند و همچنین ماشینهای انعطاف‌پذیر گلوگاههای این سیستم تولیدی‌اند.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-08-28]

۲) همان‌طورکه از ضریب منفی در جمله اثر متقابل بر می‌آید در استفاده از تعداد ماشینهایی که کار ۲۰ را انجام می‌دهند و تعداد بیشتر ماشینهای انعطاف‌پذیر مبادله وجود دارد.

نتیجه‌گیری

مثال مورد بحث نشان می‌دهد که چگونه طرح آزمایش و تحلیل رگرسیونی در ارزیابی سیستمهای تولیدی انعطاف‌پذیر کاربرد دارند. روشهای آماری مورد استفاده ساده‌اند. در ابتدای همین کار تحقیقاتی مدل شبیه‌سازی سیستم آماده بود و طی تنها چند روز نتایج ارائه شده در این مقاله (طرح و تحلیل) به دست آمدند. روشهای آماری به خودی خود هدف نیستند. بلکه می‌توانند نقاط ضعف تکنیکهای تجربی از جمله شبیه‌سازی را کاهش دهند. تازه در انتهای این کار تحقیقاتی ورتمن و ویلسن با استفاده از فرامدل (۸)، توانستند درک بهتری از عملکرد سیستمهای انعطاف‌پذیر به دست آورند.

مراجع

اصل مقاله با عنوان
Experimental design and regression analysis in simulation: An FMS case study

تألیف **Jack P. C. Kleijnen & Charles R. Standridge**

در **European Journal of operational Research 33 (1988) 257-261**

به چاپ رسیده است.

[1] Kleijnen, J. P. C. (1987), *Statistical Tools for Simulation Practitioners,* Marcel dekker, New York.

[2] Wortman, David B., and James R. Wilson, "Optimizing a manufacturing plant by computer simulation", *Computer Aided Engineering*, September, 1984.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-08-28]