

تحلیل عاملی برای متغیرهای برنولی و کاربرد آن در بررسی کتب درسی ریاضی دبیرستان در ایران

شیرین شاه صنم^۱، مسعود یارمحمدی^۲

چکیده:

امروزه تحلیل عاملی رشد و توسعه بسیاری یافته است و یکی از کاربردهای آن تحلیل صفت‌هایی است که بطور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیستند. زمانی که متغیر پاسخ دارای توزیع برنولی باشد استفاده از روش‌های تحلیل عاملی برای کمیت‌های پیوسته دارای نتایج غیرمعتبر و گمراه کننده است. در این مقاله تحلیل عاملی برای متغیر پاسخ برنولی بر اساس مدل لجیت بسط داده شده است و سپس کاربرد آن برای داده‌های واقعی از یک طرح پژوهشی در مورد کتب ریاضی دوره دبیرستان ایران ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل عاملی، مدل لجیت، تابع پیوند.

۱ مقدمه

سرعت پیشرفت نمود به طوری که روش‌های دوران عامل‌ها برای به دست آوردن عامل‌های بهتر توسعه یافتند. هم‌چنین تحلیل عاملی در سایر علوم به ویژه در هوش مصنوعی و الگوریتم‌های یادگیری ماشین به‌طور وسیع به کار برده شدند. مقایسه عاملی توسط لوین (۱۹۷۷) مورد بحث قرار گرفته است. در سال ۱۹۸۰ استیجر و لینه نشان دادند که آزمون‌های آماری در تحلیل عاملی رایج می‌توانند از یک توزیع خی دو غیرمرکزی به‌طور دقیق پیش‌بینی شوند؛ و به این ترتیب تئوری تحلیل‌های عاملی گسترده‌تر شد و بیشتر خطاهای موجود در آن رفع گردید.

با این حال از اوایل دهه ۷۰ تحلیل عاملی با داده‌های دودویی و رسته‌ای به طور جدی مطرح شد به طوری که پژوهشگران و متخصصان تحلیل داده‌ها، آمار، علوم اجتماعی، روانشناسی و چندین رشته مرتبط به پژوهش در این زمینه پرداختند. در سال ۱۹۷۵ کریستوفرسون مقاله‌ای با عنوان «تحلیل عاملی متغیرهای دوحالتی» را ارائه نمود [۷].

در سال ۱۹۸۰ بارتولومو مقاله‌ای با عنوان «تحلیل عاملی برای داده‌های رسته‌ای» ارائه نمود [۳]. در سال ۱۹۸۱ موتن و کریستوفرسون مقاله‌ای با عنوان «تحلیل عاملی همزمان متغیرهای دوحالتی در چندین گروه» را ارائه نمود [۱۸]. براون (۱۹۸۲-۱۹۸۴) پیش آهنگ ابداع روش‌های ADF است که تنها نیازمند آن است

تحلیل عاملی در اوایل قرن بیستم توسط کارل پیرسون و چارلز اسپیرمن برای اولین بار و به منظور استخراج متغیرهای پنهان (اندازه‌گیری هوش) با استفاده از متغیرهای مرتبط با صفت‌های مورد بررسی و برای کاهش بُعد یا کاهش تعداد متغیرهای مورد مطالعه مطرح شد. در سال ۱۹۳۹ هُلزینگر و سویین‌فورد از دانشگاه شیکاگو مقاله‌ای با عنوان «مطالعه‌ای در تحلیل عاملی: پایداری حل دو فاکتوری» ارائه نمودند [۱۱]. در سال ۱۹۴۰ لاولی مقاله‌ای با عنوان «برآورد بارهای عاملی به روش حداکثر درستنمایی» ارائه نمود [۱۴]. سال ۱۹۵۶ اندرسون و روبین مقاله‌ای با عنوان «استنباط آماری در تحلیل عاملی» ارائه نمودند [۲]. در سال ۱۹۷۷ گیرل مقاله‌ای با عنوان «سازگاری برآوردگرهای حداکثر درستنمایی مدل تحلیل عاملی هنگامی که توزیع داده‌های نرمال چندمتغیره نیست» ارائه نمود [۸]. در سال ۱۹۷۸، کیم جی آن و چارلز مولر مقاله‌ای با عنوان «مقدمه‌ای بر تحلیل عاملی: تحلیل عاملی چیست و چگونه باید آن را انجام داد» ارائه نمود [۱۲]. در همان سال آنها مقاله دیگری با عنوان «تحلیل عاملی: روش‌های آماری و نتایج عملی» را ارائه نمودند [۱۳]. بعد از این سال‌ها نیز تحلیل عاملی برای داده‌های چندمتغیره پیوسته همزمان با کاربرد رایانه در علوم به

^۱ دانشجوی دکتری آمار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

^۲ استاد گروه آمار، دانشگاه پیام نور

فرض کنید بردار قابل مشاهده و تصادفی X با P متغیر (صفت)، دارای میانگین μ و ماتریس واریانس-کوواریانس Σ است که این P متغیر دارای همبستگی درونی بالایی با یکدیگر هستند. همچنین فرض کنید $F_1, F_2, \dots, F_m$ تعداد m عامل باشند که از تعداد صفات یعنی P خیلی کمتر هستند (یعنی $m \ll P$ است). بنابراین، m تعداد عامل‌های غیرقابل مشاهده و تصادفی است که همبستگی و ارتباط بین متغیرهای اصلی را توضیح می‌دهند. به این متغیرهای غیرقابل مشاهده و تصادفی که علت ارتباط متغیرهای اصلی هستند، عامل‌های مشترک گویند. مدل تحلیلی عاملی به فرم ماتریسی به صورت زیر است:

$$X_{(p \times 1)} = \mu_{(p \times 1)} + L_{(p \times m)} F_{(m \times 1)} + \varepsilon_{(p \times 1)} \quad (1)$$

در این مدل X صفات قابل مشاهده و اندازه‌گیری، μ بردار میانگین صفات، L ماتریس ضرائب عامل‌ها، F عامل‌های مشترک تصادفی غیرقابل مشاهده و ε عوامل غیرقابل مشاهده تصادفی و اختصاصی می‌باشد. مؤلفه l_{ij} در ماتریس L بار متغیر i ام بر روی فاکتور j ام است و به آن بار عاملی گویند که همبستگی بین عامل‌ها و متغیرهای اصلی را نشان می‌دهد. اختلاف این مدل با مدل رگرسیون چندگانه آن است که در تحلیل عاملی، عامل‌ها جای متغیرهای مستقل را می‌گیرند و متغیرهای مستقل در رگرسیون چندگانه قابل مشاهده هستند، اما عامل‌ها در تحلیل عاملی قابل مشاهده نیستند.

۳ تحلیل عاملی برای داده‌های برنولی

در بسیاری از وضعیت‌ها متغیرهای مورد بررسی به ویژه متغیر پاسخ کمی نبوده و امکان استفاده از روش‌های آماری مرسوم روی آنها معتبر نخواهد بود. برای درک بیشتر، مدل تحلیل عاملی زیر را در نظر بگیرید:

$$x_i = \alpha_{i0} + \alpha_{i1}y_1 + \dots + \alpha_{iq}y_q + e_i; \quad i = 1, \dots, q \quad (2)$$

که در آن، x_i ، نشان‌دهنده i امین متغیر قابل مشاهده کمی است، $y = (y_1, \dots, y_q)$ نشان دهنده بردار متغیرهای پنهان و q ها، نشان‌دهنده مانده‌ها هستند. فرض می‌شود مانده‌ها توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_i^2 دارند و متغیرهای پنهان مستقل بوده و به ازای تمام j ها دارای توزیع نرمال استاندارد $y_j \sim N(0, 1)$ باشند. از آن‌جا که y و q می‌توانند هر مقداری را بگیرند و از

که توزیع چندمتغیره جامعه تا هشت‌امین گشتاور ترتیبی محدود شود.

در سال ۱۹۸۳ بارتولومو مقاله‌ای با عنوان «مدل‌های متغیر پنهان برای داده‌های رسته‌ای مرتب شده» را ارائه نمود [۱۱]. در سال ۱۹۹۲ نیز گاتمن مقاله‌ای با عنوان «نامربوط بودن تحلیل عاملی برای مطالعه گروه‌های مختلف» ارائه نمود [۱۰]. در سال ۱۹۹۹ بارتولومو و نات تحلیل مؤلفه‌ها را که ابتدا برای متغیرهای قابل مشاهده پیوسته با توزیع نرمال مطرح شده بود را برای داده‌های دو حالتی به کار بردند [۵].

پژوهش در زمینه تحلیل عاملی با داده‌های دوحالتی و رسته‌ای توسط دانشمندان و متخصصان رشته‌های مختلف ادامه دارد. کتاب‌های متعددی درباره تحلیل عاملی و تحلیل عاملی با داده‌های دوحالتی به رشته تحریر در آمده است. از آن جمله تحلیل عاملی به عنوان یک روش آماری، نوشته لاولی و ماکسول، چاپ اول و دوم در سال ۱۹۷۱ [۱۵، ۱۶] است. اساس تحلیل عاملی، نوشته مولائیک سال ۱۹۷۲ است. وی در این کتاب نشان داده است مدل‌های آماری در روانسنجی نقش مهمی دارند [۱۷]. تحلیل عاملی، نوشته گورساج سال ۱۹۸۳ [۹]. در رابطه با تحلیل عاملی با داده‌های دوحالتی و رسته‌ای می‌توان به کتاب تحلیل و تفسیر داده‌های چندمتغیره برای علوم اجتماعی، نوشته بارتولومو و سایر همکاران در سال ۲۰۰۲ اشاره کرد [۶].

۲ تحلیل عاملی

یکی از روش‌های آماری برای تجزیه و تحلیل اطلاعات موجود در مجموعه داده‌ها، روش تجزیه به عامل‌ها یا تحلیل عاملی است. این روش در اوایل قرن بیستم توسط کارل پیرسن و چارلز اسپیرمن برای اولین بار هنگام اندازه‌گیری هوش مطرح شد. در بسیاری از علوم مثل روان‌شناسی و جامعه‌شناسی نمی‌توان صفات مورد نظر را مستقیماً اندازه‌گیری کرد. به عنوان مثال هوش و طبقه اجتماعی را نمی‌توان مستقیماً اندازه‌گیری کرد. در چنین مواردی پژوهشگر، اطلاعاتش را پیرامون متغیرهایی به دست می‌آورد که نشانگر صفت مورد مطالعه هستند سپس تلاش می‌کند که رابطه بین صفت اندازه‌گیری شده و صفت غیرقابل اندازه‌گیری یا مخفی را کشف کند.

صورت زیر به دست آورد:

$$\pi_i(y) = \frac{\exp\left(\alpha_{i\cdot} + \sum_{j=1}^q \alpha_{ij}y_j\right)}{1 + \exp\left(\alpha_{i\cdot} + \sum_{j=1}^q \alpha_{ij}y_j\right)} \quad (6)$$

در مدل ۶، α_{ij} ها ($j = 1, 2, \dots, q$)، بارهای عاملی هستند و هرچه α_{ij} بزرگتر باشد، اثر عامل j ام روی احتمال پاسخ درست به متغیر i ام بیشتر است و به طور معادل هرچه مقدار α_{ij} برای یک متغیر بیشتر باشد تفاوت احتمال به دست آوردن پاسخ درست، بین دو فرد، که در فاصله‌ای دور از بُعدهای پنهان واقع شده‌اند، بزرگتر خواهد بود. در نتیجه تمیزدادن بین دو فرد براساس پاسخ‌هایشان به آن متغیر راحت‌تر خواهد بود. بارهای عاملی α_{ij} به هیچ وجه محدود نیستند و برای بعضی از متغیرها، ممکن است مقدار خیلی بزرگی بگیرند که نشان‌دهنده شیئی تند در منحنی پاسخ متغیر است. این پدیده، اثر آستانه نامیده می‌شود.

۴ کاربرد تحلیل عاملی دودویی در بررسی کتب درسی ریاضی دوره دبیرستان

۱.۴ ضرورت مسأله

یکی از مولفه‌های اصلی آموزش و پرورش در فرایند یاددهی-یادگیری برنامه درسی است. برنامه درسی متشکل از خرده مولفه‌هایی است. از مهمترین مولفه‌های برنامه درسی تهیه و تدوین کتب درسی است. در نظام‌های آموزشی متمرکز که نظام آموزشی ایران نیز از آن تبعیت می‌کند، کتب درسی کانون توجه تمام دست اندرکاران نظام آموزشی است. سوالی که همواره مطرح بوده است این است که رسالت کتب درسی چیست؟

در پاسخ به این سوال، دو رویکرد عمده وجود دارد. بنابر یک رویکرد سنتی^۳ رسالت کتب درسی آن است که فراگیران را از طریق کسب اصول و مفاهیم به اخذ مدرک هدایت نماید. رویکرد دوم که به رویکرد پیشرفته^۴ و مرفی معروف است ادعایش این است که رسالت کتب درسی این است که بتواند ویژگی‌های شناختی سطوح بالا را از قبیل تفکر در فراگیران پرورش دهد. حال از آنجایی که

هم مستقل هستند، x_i ها نیز می‌توانند هر مقداری بگیرند. بنابراین مدل عاملی خطی برای متغیرهای رسته‌ای در حالت کلی و برای متغیرهای دوحالتی در حالت خاص نامعتبر است. بنابراین برای رفع این مشکل به منظور بررسی رابطه متغیرهای پنهان y و متغیرهای آشکار می‌توان از مدل رگرسیون لوژستیک به صورت زیر بهره برد:

$$E(x_i | y) = p(x_i = 1 | y) = \pi_i(y) \quad (3)$$

که در آن $\pi_i(y)$ احتمال شرطی است که احتمال $x_i = 1$ به شرط q متغیر پنهانی $y_1, \dots, y_q$ را نشان می‌دهد. بنابراین باید یک فرم احتمالی برای $\pi_i(y)$ به عنوان تابعی از $y_1, \dots, y_q$ داشته باشیم. یک تابع خطی پیوند مشخص، به طور ساده به صورت زیر می‌باشد:

$$\pi_i(y) = \alpha_i + \alpha_{i1}y_1 + \dots + \alpha_{iq}y_q + e_i; \quad i = 1, \dots, p \quad (4)$$

اما این ارتباط خطی میان احتمال پاسخ درست و مقادیر پنهان در مدل ۴، دو ایراد به صورت زیر دارد: ۱- طرف چپ معادله بالا، یک احتمال است طرف راست آن محدود نمی‌باشد و می‌تواند هر مقدار حقیقی را بگیرد. ۲- ممکن است انتظار داشته باشیم که نرخ تغییر در احتمال یک پاسخ درست، برای همه مقادیر y ها، $y_1, \dots, y_q$ یکسان نباشد. در چنین موردی، یک ارتباط خمیده خطی ممکن است مناسب‌تر باشد. بنا به دلایل بالا، لازم است تابع پیوند دیگری، میان این احتمال و متغیرهای پنهان معرفی شود. این تابع پیوند برد دامنه $[0, 1]$ را به $(-\infty, +\infty)$ نگاشت می‌دهد و باید برای هر مقدار y ، تابعی یکنوا باشد زیرا افزایش هر y باید روی افزایش احتمال تأثیر داشته باشد. پیوند لجیت شرایط فوق را دارد. بنابراین مدل رگرسیون لوژستیک با تابع پیوند لجیت برای تحلیل عاملی داده‌های دودویی به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$\text{logit } \pi_i(y) = \log_e \frac{\pi_i(y)}{1 - \pi_i(y)} = \alpha_{i\cdot} + \sum_{j=1}^q \alpha_{ij}y_j \quad (5)$$

که در آن $i = 1, \dots, p$ و $j = 1, \dots, q$ با تبدیل $\pi_i(y)$ با استفاده از تبدیل لجیت، می‌توان برای متغیرهای پنهان یک مدل خطی به

^۳ Traditional Approach

^۴ Progressive Approach

در باب تهیه و تدوین کتب درسی فلاسفه آموزش و پرورش، مربیان بزرگ و روانشناسان شناختی از جمله برونر (۱۹۸۶)، معتقدند که تهیه و تدوین کتب درسی باید بر اساس فرایند حل مساله به گونه‌ای باشد که زمینه فعالیت فکری فراگیر را تحریک و تقویت نماید.

یا به عبارتی با هدف قرار دادن تحریک و تقویت سیستم ذهن فراگیران به تهیه و تدوین کتب درسی پردازند. لازمه موفقیت در این امر آن است که محتوا بر اساس اصل مواجه نمودن فراگیران با ابهامات، مجهولات، یا به عبارتی مسائل تخصصی هر رشته تهیه شود و جهت معلوم نمودن پدیده مبهم یا مجهول، فراگیران را در جمع‌آوری اطلاعات به صورت فردی-گروهی، با استفاده از منابع درسی، کمک درسی، یا استفاده از منابع مرجع، یا مشاهده، جهت حدس بخردانه یا فرضیه‌سازی، و آزمون آن حدسیات (فرضیات تدوین شده) و نهایتاً نتیجه‌گیری، تشویق و هدایت نماید.

در باب فرایند چگونگی ارائه محتوا نیز فلاسفه آموزش و پرورش نظیر هربارت، دیویی، و روانشناسان تربیتی شناختی از قبیل برونر، گودلد، و برنامه‌ریزان درسی مانند آیزنر (۱۹۹۴) همواره به سازماندهی و ارائه محتوای کتاب با رعایت اصل جذابیت و برانگیختگی سیستم ذهنی فراگیر تاکید نموده‌اند.

مراد از فرایند چگونگی ارائه محتوای کتاب این است که در هر رشته مفاهیم به گونه‌ای معرفی و مطرح شوند که هر مفهوم به عنوان زمینه‌ای برای یادگیری مفاهیم جدید قرار گیرد. به اعتقاد روانشناسان شناختی مفاهیم هر درس باید به گونه‌ای تنظیم شود که اولاً مرتبط با مفاهیم دروس قبلی و موثر در یادگیری دروس بعدی باشد، ثانیاً محتوا از ساده به پیچیده تنظیم شود، و ثالثاً مفاهیم و نکات جدید و یا مهم بگونه‌ای برجسته، مشخص شوند. از این رو لازم است برنامه‌ریزان درسی یا کسانی که در تهیه و تدوین کتب درسی دخیل هستند هم به لحاظ مفهومی (رعایت اصل پیش نیاز، اصل سلسله مراتب، بیان مفاهیم از لحاظ درجه آسانی - سختی) و هم به طور آشکار (با استفاده از فنون بر جسته‌سازی مفاهیم و نمادین، حاشیه‌سازی مناسب و ...) به سازماندهی و ارائه محتوای کتاب پردازند.

نظام آموزشی، نظام متمرکز است و کتب درسی با شکل‌دهی باورها و نگرش‌ها و توانمندی‌های فراگیران نقش مهم و قابل توجهی را ایفا می‌کنند، از این رو نقش کتب درسی در پرورش تفکر در فراگیران نمی‌تواند مورد انکار هیچ صاحب نظری قرارگیرد.

به اعتقاد روانشناسان شناختی از جمله برونر (۱۹۹۴) لازمه پرورش تفکر در فراگیران این است که تدوین‌کنندگان کتب درسی در تهیه و تدوین کتب درسی به ملاک‌هایی از قبیل تهیه و تدوین محتوا مطابق با فرایند حل مساله^۵، و فرایند چگونگی ارائه محتوا که به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد توجه نموده و بر این اساس به تهیه و تدوین کتب درسی پردازند.

یکی از دروس اساسی در مقاطع مختلف تحصیلی، ریاضیات است. ریاضیات همواره یکی از دستاوردهای تمدن بشری است که امروزه به عنوان یکی از ابزارهای صنعتی و تکنولوژیکی مورد توجه خاص نظام آموزشی است. از جمله اهداف آموزش ریاضی پرورش تفکر است. به عبارت دیگر انتظار این است که با بکارگیری اصول و روش‌های علمی برنامه‌ریزی درسی، محتوای کتب ریاضی به گونه‌ای انتخاب و سازماندهی شود که سطح دانش و مهارت و تفکر دانش آموزان را ارتقاء بخشد.

نگاهی به عملکرد فراگیران در دوره‌های مختلف تحصیلی به ویژه در دوره متوسطه و پیش دانشگاهی حاکی از این است که آموزش ریاضی نتوانسته است به اهداف خود نایل آید (صمدی ۱۳۷۳، ۲۵). مدعای این امر عملکرد فراگیرانی است که به خوبی از پس امتحانات کلاس خود بر آمده‌اند، اما با اندک تغییری در صورت مسئله از حل آن عاجز مانده و قادر به کاربرد دانش آموخته شده ریاضی خود در موقعیت جدید نیستند.

در راستای آگاهی از نقش محتوای کتب درسی ریاضی در پرورش تفکر، تحلیل محتوای این کتب با استفاده از ملاک‌های تعیین شده از سوی صاحب نظران شناختی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. این ملاک‌ها شامل تهیه محتوا مطابق با فرایند حل مساله و فرایند چگونگی ارائه محتوای کتاب می‌باشد. با تعیین میزان فاصله کتب درسی با این ملاک‌ها می‌توان الگوی جدیدی برای تهیه، تدوین و تنظیم کتب درسی ریاضی ارائه نمود.

^۵Problem Solving Process

۲.۴ تعاریف عملیاتی

تفکر: تفکر از جمله فرایندهای شناختی سطوح بالاست و در این پژوهش با فرایند «حل مساله» مترادف می‌باشد.

فرایند حل مساله: فرایند حل مساله عبارت است از:

- برخورد با مساله (موقعیت مبهم): مواجه نمودن فراگیر با موقعیت‌هایی که فراگیر با استفاده از دانش پیشین خود به تنهایی نتواند به درک یا حل آن نائل شود و درک آن به فعالیت‌های شناختی سطوح بالا نیازمند است (برونر، ۱۹۹۴، ۲۳۶ و برونر ۱۹۶۵، ۱۰۷).

- جمع‌آوری اطلاعات: دومین گام در فرایند حل مساله جمع‌آوری اطلاعات با استفاده از منابع درسی، کمک درسی، از جمله از کتب مرجع، مشاهده، و... به صورت فردی و گروهی برای روشن کردن موقعیت مبهم می‌باشد (برونر، ۱۹۷۳، ۴۸ و برونر ۱۹۷۵، ۲۵۱).

- فرضیه‌سازی: پاسخ‌های احتمالی به حل مساله را فرضیه‌سازی یا حدس بخردانه گویند (برونر ۱۹۶۵، ۱۹۶).

- آزمون فرضیه: آزمون پاسخ‌های احتمالی جهت روشن کردن موقعیت مبهم (ابراهیم زاده، ۱۳۶۸، ۲۱۸).

- نتیجه‌گیری: انتخاب بهترین راه حل جهت روشن کردن موقعیت مبهم (شریعتمداری، ۱۳۶۷، ۷۳).

فرایند چگونگی ارائه محتوا: فرایند چگونگی ارائه محتوا عبارت است از تهیه و تنظیم محتوا بر اساس رعایت اصل پیش نیازها (بیان مطالب از ساده به مشکل) باشد (برونر ۱۹۹۰، ۴۰)، زمینه قرار دادن مفاهیم مرتبط قبلی با مفاهیم جدید (برونر ۱۹۹۶، ۱۰-۱) و استفاده از فنون برجسته‌سازی در سازماندهی کتاب (برونر ۱۹۸۷، ۱۲۵-۱۲۶ و گوو ۱۹۷۸، ۲۶۰).

۳.۴ سؤالات اساسی تحقیق

جهت بازنگری و بررسی وجود و یا عدم وجود فرایندهای حل مساله و چگونگی ارائه محتوا سؤالات زیر را مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم:

(۱) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه با توجه به فرایند حل مساله تهیه و تدوین شده‌اند؟

(۱-۱) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه با ارائه یک موقعیت

مبهم برای دانش آموزان شروع شده است؟

(۱-۲) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را تشویق به جمع‌آوری اطلاعات به صورت فردی می‌کند؟

(۱-۳) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را تشویق به جمع‌آوری اطلاعات به صورت گروهی می‌کند؟

(۱-۴) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را تشویق به جمع‌آوری اطلاعات از منابع کمک درسی می‌کند؟

(۱-۵) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را به حدس بخردانه (فرضیه‌سازی) جهت معلوم کردن موقعیت مجهول تشویق می‌کند؟

(۱-۶) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را به آزمون حدسیات جهت معلوم کردن موقعیت مجهول تشویق می‌کند؟

(۱-۷) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه دانش آموزان را به معلوم کردن موقعیت مجهول (نتیجه‌گیری) تشویق می‌کند؟

(۲) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه با توجه به اصل پیوستگی سازماندهی شده‌اند؟

(۲-۱) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه با توجه به اصل پیشنیازها سازماندهی شده است. به عبارت دیگر آیا برای ارائه مفاهیم جدید هر درس از مفاهیم قبلی استفاده شده است.

(۲-۲) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه با توجه به اصل ساده به پیچیده سازماندهی شده‌اند؟

(۲-۳) آیا دروس کتب ریاضیات دوره متوسطه به طور آشکار با استفاده از فنون برجسته‌سازی مفاهیم سازماندهی شده‌اند؟

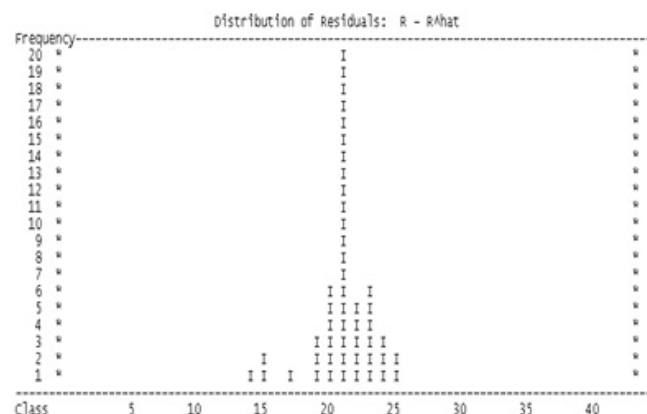
۴.۴ جامعه آماری

جامعه آماری شامل کلیه کتب مقطع متوسطه رشته ریاضی و فیزیک که تعدادی از آنها برای رشته‌های علوم تجربی و ادبیات و علوم انسانی نیز تدریس می‌شود (شامل هفت کتاب) می‌باشد. از میان این کتب به طور تصادفی کتبی را انتخاب کرده و صفحه به صفحه وجود و عدم وجود موارد مطرح شده در سؤالات تحقیق بررسی و با صفر و یک به عنوان داده‌های تحقیق مشخص و ثبت شده است.

۵.۴ روش تحلیل داده‌ها

نیز عدم رعایت مراحل مطرح شده در فرایند حل مساله در تألیف کتب ریاضی است به عبارت دیگر این تحلیل نشان می‌دهد که این فرایند در تألیف کتب ریاضی دوره‌های دبیرستان مورد کم توجهی قرار گرفته است.

ضریب مربوط به رعایت اصل پیش‌نیازها $۰/۳۹۵$ کوچک بوده ولی ضرایب مربوط به اصل بیان موضوع از ساده به پیچیده $۰/۸۴۹$ و فنون برجسته‌سازی $۰/۷۴۹$ بزرگ است. لذا این نتایج تا حدودی شاید بتواند عامل دوم را بعنوان فرایند چگونگی ارائه محتوا معرفی نماید. قابل ذکر است دوران عاملی تغییر چندانی در نتایج نمی‌نماید.



شکل ۱. توزیع مقادیر مانده‌های مدل عاملی

در رابطه با تحلیل محتوای کتب درسی ریاضی برای هر موضوع درسی ده سؤال (هفت سؤال مربوط به فرایند حل مساله و سه سؤال مربوط به فرایند چگونگی ارائه مطالب) مورد بررسی قرار می‌گیرد، لذا با ده پاسخ بلی (۱) و یا خیر (۰) مواجه می‌شویم که عدد یک نشانه مثبت بودن (وجود) و عدد صفر نشان‌دهنده منفی بودن (عدم وجود) پاسخ است. حال بسته به تعداد موضوعات درسی در یک کتاب، مشاهدات جمع‌آوری شده مربوط به آن کتاب عبارت است از یک ماتریسی با درایه‌های صفر و یک (دودویی) شامل ده ستون و به تعداد موضوع درسی سطر خواهیم داشت.

برای تحلیل از مدل ۵ استفاده شده است. پارامترهای مربوط به این مدل که در اصل همان ضرایب بار عاملی می‌باشند و با استفاده از روش تکراری الگوریتم گوس نیوتن برآورد می‌شوند ([۵]، فصل ۷ صفحه ۱۷۵).

۶.۴ نتایج تحلیل

نتایج مربوط به یک نمونه تصادفی به حجم ۱۰۰ مشاهده استخراج شده از اطلاعات مربوط به کتب دوره دبیرستان جهت تحلیل عاملی دودویی با استفاده از نرم‌افزار *MicRoFact 2* نشان می‌دهد که با توجه به اینکه تعداد مقادیر ویژه ماتریس همبستگی مشاهدات بیشتر از یک، به تعداد دو مورد می‌باشد، تعداد عامل‌های پیشنهادی برابر با ۲ است. شکل ۱ توزیع مقادیر مانده‌های مدل عاملی را نشان می‌دهد که با توجه به اینکه شکل ۱ تقریباً به توزیع نرمال نزدیک می‌باشد نشان‌دهنده نیکویی برازش تقریباً مناسب مدل تحلیل عاملی می‌باشد. نتایج مربوط به ضرایب بار عاملی دوران نیافته مربوط به دو عامل در جدول ۱ ارائه شده است.

با بررسی نتایج بدست آمده در جدول ۱ می‌توان گفت ضرایب مربوط به ۴ متغیر ارائه موقعیت مبهم ($۰/۷۵۷$)، تشویق به فرضیه‌سازی ($۰/۹۹۶$)، آزمون فرضیات ($۰/۹۵۷$)، و نتیجه‌گیری ($۰/۹۹۶$) دارای ضرایب بزرگی می‌باشند ولی متغیرهای تشویق به کار فردی ($۰/۰۲۲$)، تشویق به کار گروهی ($۰/۳۷$) و استفاده از منابع کمکی ($-۰/۰۴۴$) دارای ضرایب کوچکی می‌باشند. بنابراین میزان اعتماد به این ایده که عامل اول می‌تواند به عنوان فرایند حل مساله قلمداد شود از حمایت کمتری برخوردار است. دلیل این موضوع

جدول ۱: ضرایب بار عاملی دوران یافته

متغیر	عامل اول	عامل دوم
ارائه موقعیت مبهم	$۰/۷۵۷$	$-۰/۳۴۸$
تشویق به کار فردی	$۰/۰۲۲$	$-۰/۷۹۶$
تشویق به کار گروهی	$۰/۳۷۰$	$۰/۱۳۵$
استفاده از منابع کمکی	$-۰/۰۴۴$	$۰/۱۹۱$
تشویق به فرضیه‌سازی	$۰/۹۹۶$	$۰/۱۸۹$
آزمون فرضیات	$۰/۹۵۷$	$۰/۰۴۵$
نتیجه‌گیری	$۰/۹۹۶$	$۰/۱۸۹$
رعایت اصل پیش‌نیازها	$۰/۲۱۰$	$۰/۳۹۵$
اصل ساده به پیچیده	$۰/۱۴۴$	$۰/۸۴۹$
فنون برجسته‌سازی	$۰/۲۰۹$	$۰/۷۴۹$

مراجع

- [۱] کیم، جی - آن، چارلز، و.م، ۱۳۸۱. مقدمه‌ای بر تحلیل عاملی و شیوه به کارگیری آن، بختیاری صادق، طالبی هوشنگ، انتشارات دانشگاه اصفهان، اصفهان.
- [2] Anderson, T.W., Rubin, H. (1956), *Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Berkeley: The University of California Press.
- [3] Bartholomew, D. J. (1980). *Factor analysis for categorical data (with discussion)*. J Royal Statist Soc, B,42, 293-321.
- [4] Bartholomew, D. J. (1983). *Latent variable models for ordered categorical data*. Journal of Econometrics,22,229-243.
- [5] Bartholomew, D. J. and Knott, M. (1999). *Latent Variable Models and Factor Analysis (2nd ed.)*. London: Arnold.
- [6] Bartholomew, D. J. , Steele F. , Moustaki I. and Galbraith J. I. (2002). *The Analysis and interpretation of Multivariate Data for Social Scientists*, Chapman and Hall.
- [7] Christoffersson, A. (1975). *Factor analysis of dichotomized variables*. Psychometrika, **40**, 5-32.
- [8] Gill, R.D. (1977). *Consistency of maximum likelihood estimator of the factor analysis model when the observations are not multivariate normal*. In J.R.
- [9] Bara. F. Brodeau, G. Romier, B. van Cutsem (Eds.), *Recent developments in statistics* (pp. 437-440). Amsterdam: North Holland. Gorsuch, R. L. (1983). *Factor Analysis*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. Orig. ed. 1974.
- [10] Guttman, L. (1992). *The irrelevance of factor analysis for the study of group differences*. Multivariate Behavioral Research, **27**, 173-204.
- [11] Holzinger, K.J., Swineford, F.A. (1939). *A study in factor analysis: the stability of a bi-factor solution*. University of Chicago: Supplementary Monographs, No. 48.
- [12] Kim, Jae-On and Charles W. Mueller. (1978a). *Introduction to factor analysis: What it is and how to do it*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Quantitative Applications in the Social Sciences Series, No. 13.
- [13] Kim, Jae-On and Charles W. Mueller (1978b). *Factor Analysis: Statistical methods and practical issues*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Quantitative Applications in the Social Sciences Series, No. 14.
- [14] Lawley, D.N. (1940). *The estimation of factor loadings by the method of maximum likelihood*. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, **60**, 64-82.

- [15] Lawley, D.N., Maxwell, A.E. (1971). *Factor analysis as a statistical method. (2nd. Ed.)*. London, Butterworth Company.
- [16] Lawley, D. N. and A. E. Maxwell (1971). *Factor analysis as a statistical method*. London, Butterworth Company.
- [17] Mulaik, S.A. (1972). *The foundations of factor analysis*. New York, NY: McGraw Hill.
- [18] Muthen, B., Christoffersson, A. (1981). *Simultaneous factor analysis of dichotomous variables in several groups*. Psychometrika, **46**, 407-419.