

## تحلیل چندمتغیره‌ی ناپارامتری ژرفا-پایه و کاربرد آن در بررسی عملکرد یک روش جدید درمانی در بیماری مفصلی استئوآرتروز

سکینه دهقان<sup>۱</sup>، محمدرضا فریدروحانی<sup>۲</sup>

چکیده:

در این مقاله، ابتدا تابع ژرفا به عنوان تابعی برای رتبه‌بندی مرکز-به بیرون نقاط چندمتغیره معرفی می‌شود، سپس به عنوان یکی از معروف‌ترین توابع ژرفا، تابع ژرفای نیم‌فضا یا توکی را معرفی و به کار می‌بریم. در ادامه با استفاده از این رتبه‌بندی و آماره‌های مبتنی بر نمودار ژرفا در برابر ژرفا آزمون‌های چندمتغیره‌ی ناپارامتری برای اختلاف مکان و مقیاس بین دو جامعه بیان می‌شوند. سرانجام بر اساس این آزمون‌ها برای بیماری مفصلی استئوآرتروز، عملکرد روش پیشنهادی دیسترکشن غیر تهاجمی برای شدت درد، کیفیت زندگی، توانایی عملکردی، میزان تورم و دامنه حرکتی بیماران مورد ارزیابی قرار گرفته و با روش رایج دیسترکشن تهاجمی مقایسه می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** تابع ژرفا، تابع ژرفای نیم‌فضا، رتبه‌بندی مرکز-به بیرون، نمودار  $DD$ ، بیماری مفصلی استئوآرتروز، دیسترکشن تهاجمی، دیسترکشن غیرتهاجمی.

### ۱ مقدمه

به حالت چندمتغیره که رتبه‌بندی معمول بردارها امکان‌پذیر نیست، ایده‌ی ژرفا مطرح است. در حالت چندمتغیره می‌توان ابتدا مرکزی برای مشاهده‌ها تعیین کرد، سپس به این نقطه بیشترین رتبه را اختصاص داده و به مابقی مشاهده‌ها هرچه از این مرکز در تمامی جهات دورتر باشند، رتبه‌ی کمتری اختصاص داد. در نتیجه مشاهده‌ها را می‌توان به صورت مرکز-به بیرون (فاصله‌ی مرکز تا نقطه‌ی موردنظر که این فاصله بر اساس تابع ژرفا تعریف می‌شود) رتبه‌بندی کرد. بنابراین با استفاده از توابع ژرفا، داده‌های چندمتغیره را می‌توان مرتب کرده، به طوری که ژرفای زیاد یک داده به معنای مرکزیت آن داده و ژرفای کم به معنای دورافتاده بودن داده تلقی شود.

بسیاری از تحلیل‌های آماری برای داده‌های چندمتغیره، بر اساس فرض نرمال بودن این داده‌ها استوار است. به علاوه در بسیاری از پژوهش‌ها، بعد داده‌های چندمتغیره از اندازه‌ی نمونه بیش‌تر است که این امر کارکرد روش‌های رایج را با مشکل مواجه می‌سازد. از آن‌جا که در مقایسه با حالت یک‌متغیره، روش‌های ناپارامتری چندمتغیره نسبت به مدل‌های نرمال چندمتغیره پذیرفتنی‌تر هستند، بنابراین روش‌های ناپارامتری در مدل‌سازی داده‌های چندمتغیره مورد اقبال و توجه آمارشناسان قرار گرفته است. از طرفی روش‌های کلاسیک استنباط ناپارامتری، برای داده‌های  $p$  بعدی از  $p$  بردار متشکل از آماره‌های یک‌بعدی مانند بردار میانه و نظایر آن استفاده می‌کند [۸]. این رویکرد ویژگی‌های هندسی داده‌ها را که در تحلیل داده‌های چندمتغیره بسیار حائز اهمیت است، نادیده می‌گیرد.

در این مقاله پس از معرفی تابع ژرفا، آزمون‌های ناپارامتری

ژرفا-پایه برای مقایسه‌ی دو جامعه ارائه می‌گردند. در بخش پایانی مشاهده‌ها نقش بسیار تعیین‌کننده‌ای دارد، برای تعمیم این روش‌ها به این‌که در روش‌های ناپارامتری یک‌متغیره، رتبه‌ی نیز به تحلیل و تفسیر داده‌های واقعی خواهیم پرداخت.

<sup>۱</sup>گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهیدبهشتی

<sup>۲</sup>گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهیدبهشتی

## ۲ تابع ژرفا

متناظر ژرفای نیم‌فضای نقطه‌ی  $x$  نسبت به نمونه‌ی  $X_1, \dots, X_n$  در  $R^p$  عبارت است از کمترین کسر نمونه در بین تمامی نیم‌فضاهای بسته‌ی شامل نقطه‌ی  $x$ . یا به طور معادل

$$D(x, F_n) = \frac{\min_{\|u\|=1} \#\{i = 1, 2, \dots, n : u^T X_i \leq u^T x\}}{n} \quad (2)$$

که  $F_n$  نشان‌دهنده‌ی تابع توزیع تجربی نمونه‌ی  $X_1, \dots, X_n$  است. یادآوری می‌شود که ژرفای توکی دارای هر چهار خاصیت مطلوب بالا است [۱۰].

## ۳ مقایسه‌ی دو جامعه بر اساس تابع ژرفا

در استنباط ناپارامتری چندمتغیره، مقایسه‌ی مکان و پراکندگی بین دو یا چند جامعه، بسیار مورد توجه است. با استفاده از رتبه‌بندی تولید شده بر اساس تابع ژرفا، آزمون‌های ناپارامتری گوناگون برای اختلاف مکان و مقیاس بین دو تابع توزیع ساخته شده است. رویکرد مورد نظر برای آزمون اختلاف مکان استفاده از آماره‌های مبتنی بر نمودار ژرفا-ژرفا، موسوم به نمودار  $DD$ <sup>۳</sup> است که در ادامه معرفی می‌شود.

۱.۳ نمودار  $DD$ 

گیریم نمونه‌های تصادفی  $X_n = (X_1, \dots, X_n)$  و  $Y_m = (Y_1, \dots, Y_m)$  به ترتیب از توزیع‌های  $F$  و  $G$  در  $R^p$  به دست آمده‌اند. نمونه‌ی  $W_{n+m} = \{X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m\}$  از ترکیب دو نمونه‌ی فوق حاصل می‌شود. نمودار  $DD$  به صورت

$$DD(F, G) = \{(D(x, F), D(x, G)), \forall x \in R^p\}$$

تعریف می‌شود [۵]، که برای نمونه‌ی ترکیبی  $W_{n+m}$  به صورت

$$DD(F_n, G_m) = \{(D(x, F_n), D(x, G_m)), x \in W_{n+m}\}$$

بدست می‌آید. از آنجا که  $DD(F, G)$  و  $DD(F_n, G_m)$  صرف‌نظر از بعد داده‌ها همواره زیرمجموعه‌هایی از  $R^2$  هستند، ابزار مناسبی برای مقایسه‌ی چشمی و ظاهری بین دو نمونه‌ی چندمتغیره به شمار می‌روند. به طور مثال اگر دو تابع توزیع دارای اختلاف مکان باشند، این نمودار برگی شکل خواهد بود [۴] و هرچه اختلاف مکان بین دو توزیع بیش‌تر باشد نقاط بیش‌تری در اطراف خطوط افقی و قائم صفحه‌ی مختصات قرار می‌گیرند.

<sup>۳</sup>Depth v.s. Depth

اصطلاح ژرفا نخستین بار توسط توکی در سال ۱۹۷۵ [۹]، به منظور مرتب‌سازی و تحلیل داده‌های چندمتغیره معرفی گردید. بعدها این مفهوم توسط لیو [۶]، داناو و گاسکو [۳] و "لیو و همکاران" [۵] مورد بررسی بیشتری قرار گرفت. با توجه به مفهوم ژرفا، استفاده از آن در تحلیل و استنباط ناپارامتری چندمتغیره بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

گیریم اندازه‌ی احتمال  $P$  بر فضای  $R^p$  تعریف شده و  $F$  تابع توزیع متناظر با آن باشد. ژرفای داده یا یک نقطه، اندازه‌ی از میزان ژرف بودن یا دورافتاده بودن یک نقطه نسبت به توده‌ی داده‌ها یا توزیع  $F$  است. هر تابع  $D(x, F)$  که ترتیبی مرکز-به-بیرون از نقاط  $x$  متعلق به  $R^p$  فراهم کند، تابع ژرفای متناظر با  $F$  نامیده می‌شود. در نوشتگان موجود در خصوص تابع ژرفا به مجموعه‌ای از ویژگی‌های مطلوب برای یک تابع ژرفا اشاره می‌کنند که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

۱. ناوردایی آفین:  $D(x, F)$  مستقل از دستگاه مختصات باشد.
- یعنی برای هر بردار تصادفی  $x$  در  $R^p$ ، هر ماتریس  $A$  نامفرد  $p \times p$  و هر بردار  $p$  بعدی  $b$

$$D(Ax + b, F_{AX+b}) = D(x, F_X)$$

۲. ماکسیم شدن در مرکز: اگر توزیع  $F$  نسبت به نقطه‌ی  $\theta$  متقارن باشد، در این صورت  $D(x, F)$  در  $\theta$  ماکسیم باشد.

۳. یکنوایی نسبت به ژرف‌ترین نقطه

۴. به صفر رسیدن در بینهایت: اگر  $\|x\| \rightarrow \infty$  آن‌گاه  $D(x, F) \rightarrow 0$

در این مقاله از تابع ژرفای نیم‌فضا یا توکی استفاده شده است.

**تعریف ۱.۲.** ژرفای نیم‌فضا یا توکی برای  $x \in R^p$  نسبت به توزیع  $F$  به صورت

$$D(x, F) = \inf_H P(H) \quad (1)$$

تعریف می‌شود [۹]، که در آن  $H$  نیم‌فضایی بسته شامل نقطه  $x$  و  $P(H)$  احتمال نیم‌فضای  $H$  نسبت به توزیع  $F$  است. به طور

توزیع  $T_n$  و  $M_n$  تحت فرض  $H_0$  هستیم. از آنجا که تعیین توزیع دقیق این دو آماره تحت  $H_0$  مشکل است. با استفاده از آزمون جایگشت فیشر،  $p$ -مقدارها را برآورد کرده و روند آزمون را کامل می‌کنیم.

### ۳.۳ آزمون‌هایی برای مقایسه‌ی اختلاف مقیاس دو جامعه

مجدداً گیریم نمونه‌های تصادفی  $X_n = (X_1, \dots, X_n)$  و  $Y_m = (Y_1, \dots, Y_m)$  مستقل از یکدیگر بوده و به ترتیب از توزیع‌های  $F$  و  $G$  در  $R^p$  به دست آمده باشند. توزیع‌های  $F$  و  $G$  در این حالت احتمالاً فقط در مقیاس با یکدیگر متفاوت‌اند و در سایر ویژگی‌ها یکسان‌اند، یعنی  $G(\cdot) = F(\frac{\cdot}{\sigma})$  که در آن  $(\sigma > 0)$  پارامتر مقیاس توزیع است. هدف انجام آزمون

$$H_0 : \sigma = 1 \quad vs \quad H_a : \sigma \neq 1$$

است، که توسط لیو و سینگ [۷] آماره‌ای برای آن معرفی شده است.

واضح است که تحت فرض  $H_0$ ،  $X_n = (X_1, \dots, X_n)$  و  $Y_m = (Y_1, \dots, Y_m)$  به صورت نمونه‌هایی تصادفی از توزیع  $F$  در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین می‌توان  $W_{n+m} = \{X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_m\}$  را نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی  $n + m$  از توزیع  $F$  در نظر گرفت. اگر  $r(Y_i)$  رتبه‌ی مرکز-به بیرون  $Y_i$  در نمونه‌ی ترکیب شده‌ی  $W_{n+m}$  باشد، یعنی  $r(Y_i)$  برای  $j = 1, \dots, n + m$  برابر تعداد  $W_j$ هایی است که رابطه‌ی  $D(W_j, F_{n+m}) \leq D(Y_i, W_{n+m})$  به ازاء آن‌ها برقرار باشد، آن‌گاه مجموع رتبه‌ای نمونه‌ی  $Y_m$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$R(Y_m) = \sum_{i=1}^m r(Y_i). \quad (5)$$

که به آن آماره‌ی مجموع رتبه‌ای گویند. اگر هیچ دو نقطه‌ای با ژرفای برابر، وجود نداشته باشد و  $n$  و  $m$  به اندازه‌ی کافی بزرگ باشند آن‌گاه بر اساس تقریب بزرگ نمونه‌ای

$$R^* = \frac{R(Y_m) - \{m(n+m+1)/2\}}{\{nm(n+m+1)/12\}^{1/2}}.$$

تقریباً دارای توزیع نرمال استاندارد است. در سطح  $\alpha$  فرض  $H_0$  رد می‌شود هرگاه  $R^* \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$  یا  $R^* \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . برای نمونه‌هایی

### ۲.۳ آزمون‌هایی برای مقایسه‌ی اختلاف مکان دو جامعه

فرض کنید نمونه‌های تصادفی  $X_n = (X_1, \dots, X_n)$  و  $Y_m = (Y_1, \dots, Y_m)$  به ترتیب از توزیع‌های  $F$  و  $G$  در  $R^p$  به دست آمده‌اند، به نحوی که  $F$  و  $G$  به جز در اختلاف مکانی  $\theta$  یکسان‌اند یعنی  $G(\cdot) = F(\cdot - \theta)$ . می‌خواهیم آزمون

$$H_0 : \theta = 0 \quad vs \quad H_a : \theta \neq 0$$

را انجام دهیم. لی و لیو [۴] دو آماره برای آزمون اختلاف مکان فوق معرفی کردند.

بدون از دست دادن کلیت مسأله، فرض می‌کنیم  $n = m$  گیریم مجموعه‌ی  $Q$  شامل  $Z \in W_{2n}$  ایی باشد که برای آن‌ها  $W \in W_{2n}$  وجود نداشته باشد که در روابط  $D(W, F_n) \geq D(Z, F_n)$  و  $D(W, G_n) \geq D(Z, G_n)$  صدق کند. به علاوه گیریم  $Z_c$  عضوی از  $Q$  باشد که مقدار  $|D(Z_c, F_n) - D(Z_c, G_n)|$  به ازاء هر  $Z \in Q$  کوچکتر یا مساوی مقدار  $|D(Z, F_n) - D(Z, G_n)|$  باشد. آن‌گاه یک آماره‌ی آزمون مناسب برای این آزمون، آماره‌ی  $T_n$  به صورت

$$T_n = (D(Z_c, F_n) + D(Z_c, G_n))/2,$$

خواهد بود. به طور شهودی اختلاف مکانی بزرگ، بین دو توزیع منجر به مقدار  $T_n$  کوچک می‌شود، بنابراین مقادیر کوچک‌تر  $T_n$  گواه قوی‌تری بر رد فرض  $H_0$  است. پس  $p$ -مقدار متناظر با آماره‌ی  $T_n$  عبارت است از

$$p_n^T = P_{H_0}(T_n \leq T_{obs}) \quad (3)$$

که در آن  $T_{obs}$  مقدار مشاهده شده‌ی  $T_n$  است. بر همین اساس آماره‌ی آزمون دیگری برای آزمون اختلاف مکان را می‌توان به صورت

$$M_n = \min \{D(Z_{G_n}, F_n), D(Z_{F_n}, G_n)\},$$

تعریف کرد، که  $Z_{G_n}$  و  $Z_{F_n}$  به ترتیب ژرف‌ترین نقاط نسبت به  $F_n$  و  $G_n$  در  $W_{2n}$  هستند. مجدداً  $p$ -مقدار متناظر به صورت

$$p_n^M = P_{H_0}(M_n \leq M_{obs}), \quad (4)$$

بدست می‌آید که در آن  $M_{obs}$  مقدار مشاهده شده‌ی  $M_n$  است. بدیهی است برای محاسبه‌ی  $p$ -مقدارهای (۳) و (۴) نیازمند تعیین

با اندازه‌ی کوچک، می‌توان توزیع  $R(Y_m)$  را جدول‌بندی کرد و مقادیر بحرانی را به دست آورد.

## ۴ تحلیل داده‌ها

استئوآرتريت معمول‌ترین بیماری مفصلی بزرگسالان در سراسر جهان است که شیوع آن با افزایش سن افزایش می‌یابد. در حال حاضر این بیماری درمان‌نشده‌ی است و هدف درمان این است که نشانه‌ها و علائم بیماری را تسکین دهد و اگر ممکن باشد، پیشرفت بیماری را آهسته کند.

مقالات بسیاری در زمینه کاربرد دیسترکشن مفصلی به روش جراحی برای درمان بیماری استئوآرتريت (مفصل هیپ، مچ پا و زانو) وجود دارد و اکثر آنها منجر به ایجاد نتایج خوبی همچون افزایش فضای مفصلی، افزایش موبیلیتی، کاهش درد، کاهش سفتی مفاصل شده است. درمان این روش به حداقل یک سال زمان نیاز دارد و از آنجا که دیسترکشن مفصلی روشی تهاجمی است منجر به ایجاد اثرات نامطلوب ناخواسته‌ای می‌شود. با توجه به اینکه در استئوآرتريت کاهش فضای مفصلی مخصوصاً در کمپارتمان داخلی وجود دارد، انتظار می‌رود که با کاربرد دیسترکشن به روش غیر تهاجمی در فیزیوتراپی، شاهد کاهش علائم این بیماری باشیم. در یک پژوهش انجام شده در دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی، برای نخستین بار عملکرد دیسترکشن به روش غیر تهاجمی در کاهش درد، بهبود کیفیت زندگی، بهبود توانایی عملکردی، افزایش دامنه حرکتی و کاهش تورم مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله تحلیل‌های چندمتغیره ناپارامتری که برخلاف روش‌های تحلیلی مرسوم مبتنی بر فرض نرمال بودن داده‌ها نیستند، برای بررسی عملکرد دیسترکشن غیر تهاجمی به کار برده می‌شود. در این مطالعه ۴۰ بیمار زن در دامنه‌ی سنی ۴۵ تا ۷۵ سال و مبتلا به استئوآرتريت اولیه (طبق تشخیص پزشک متخصص ارتوپدی) که به کلینیک فیزیوتراپی دانشکده توانبخشی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی و کلینیک فیزیوتراپی درمانگاه ۱۷ شهرپور از تاریخ ۹۰/۴/۱ تا ۹۰/۱۲/۲۸ مراجعه کرده بودند به طور تصادفی به گروه اول (درمان رایج فیزیوتراپی بدون اعمال دیسترکشن مفصلی) و گروه دوم (درمان رایج فیزیوتراپی با اعمال دیسترکشن مفصلی) تقسیم شدند. در هر گروه ۲۰ نفر قرار گرفت. بیماران ۱۰ جلسه و هر هفته ۵-۶ جلسه تحت درمان قرار گرفتند.

البته در یک مجموعه از داده‌ها، اغلب نقاطی با مقدار ژرفای برابر مشاهده می‌شود، این نقاط را هم‌ژفا می‌نامیم. نقاط هم‌ژفا یک رده را تشکیل می‌دهند. اگر درون هر رده، داده‌ها به طور تصادفی رتبه‌بندی شوند، آزمون بدست آمده بر اساس این‌گونه رتبه‌ها با آزمون در حالتی که نقاط هم‌ژفا وجود ندارد یکسان است [۷].

جنوری و همکاران [۲] به منظور بهبود توان آزمون معرفی شده در [۷] آماره‌ی زیر را معرفی کردند.

ابتدا  $100(1-r)$  درصد ژرف‌ترین نقاط را حذف می‌کنیم، تعداد کل مشاهدات  $n+m$  را با  $N$  و تعداد کل مشاهدات باقیمانده پس از حذف  $100(1-r)$  درصد ژرف‌ترین نقاط را با  $N'$  نشان می‌دهیم. متغیر تصادفی  $\delta_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) به این صورت تعریف می‌شود که اگر مشاهده‌ای از مجموعه‌ی  $Y_m$  نسبت به نمونه‌ی ترکیبی  $W_N$  دارای رتبه‌ی مرکز-به بیرون  $i$  باشد،  $\delta_i = 1$ ، در غیر این صورت  $\delta_i = 0$ . مشاهدات باقیمانده با  $W'_{N'} = \{X'_{1'}, \dots, X'_{n'}, Y'_{1'}, \dots, Y'_{m'}\}$  نشان داده می‌شود که

$$m' = \sum_{i=1}^{N'} \delta_i,$$

$$n' = N' - m'.$$

$n'$  و  $m'$  متغیرهایی تصادفی‌اند که به ترتیب نشان دهنده‌ی تعداد نقاط باقیمانده از  $X_n$  و  $Y_m$  هستند. اینک آماره‌ی آزمون جمعی رتبه‌ای تعدیل‌یافته به صورت

$$V_{N'} = \sum_{i=1}^{N'} [N' + 1 - i] \delta_i \quad (6)$$

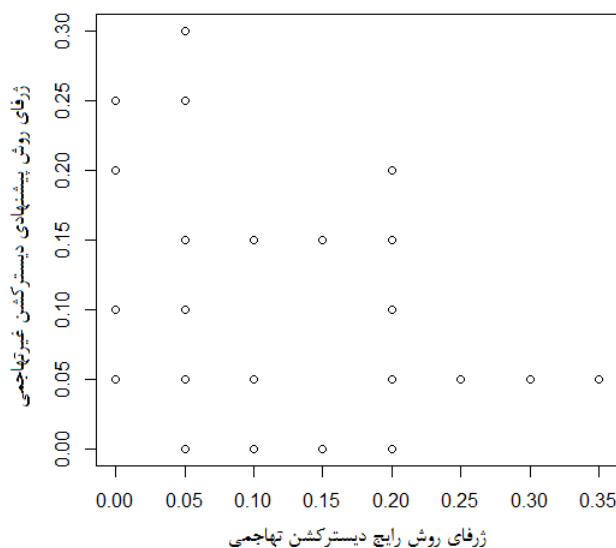
تعریف می‌شود. مقادیر خیلی کوچک یا خیلی بزرگ  $V_{N'}$ ، فرض  $H_0$  را رد می‌کند. تحت فرض  $H_0$ ، رتبه‌ها در صورت عدم وجود نقاط هم‌ژفا به طور یکنواخت بر مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, N\}$  توزیع می‌شوند، بنابراین تحت فرض  $H_0$ ،  $V_{N'}$  آزاد توزیع است. برای  $n$  و  $m$  کوچک، می‌توان توزیع دقیق  $V_{N'}$  و  $p$ -مقدارهای آن را به دست آورد. قضیه‌ی زیر توزیع مجانبی  $V_{N'}$  را به دست می‌دهد.

**قضیه ۱.۳.** تحت فرض  $H_0$ ، اگر  $N$  و  $m$  به بینهایت میل کنند، به قسمی که  $\lambda_1 \rightarrow m/N$  با  $0 < \lambda_1 < 1$ ، در این صورت

$$T_N = \frac{V_{N'} - E_{H_0}(V_{N'})}{\sqrt{\text{Var}_{H_0}(V_{N'})}}$$

همچنین ضریب همبستگی اسپرمن دو به دوی چهار متغیر دامنه فلکشن زانوی راست، دامنه اکستنشن زانوی راست، دامنه فلکشن زانوی چپ و دامنه اکستنشن زانوی چپ و نیز شش متغیر میزان ادم دور مفصل زانوی راست، میزان ادم ۱۰ سانتی متر بالای مفصل زانوی راست، میزان ادم ۱۰ سانتی متر پائین مفصل زانوی راست، میزان ادم دور مفصل زانوی چپ، میزان ادم ۱۰ سانتی متر بالای مفصل زانوی چپ و میزان ادم ۱۰ سانتی متر پائین مفصل زانوی چپ در سطح ۰/۰۵ معنی دار شده است. بنابراین دامنه حرکتی و تورم به ترتیب متشکل از یک بردار چهار و شش متغیره بوده و می توان از تحلیل چندمتغیره ی مزبور استفاده کرد.

قبل از انجام آزمون های ناپارامتری، نمودار  $DD$  دو گروه را برای هر یک از بردارهای کیفیت زندگی و توانایی عملکردی، شدت درد، تورم و دامنه حرکتی رسم کرده و به صورت چشمی امکان تفاوت مکان یا مقیاس آن ها را مطالعه می کنیم.



شکل ۱. نمودار  $DD$  جلسه ی دهم یک در مقابل گروه دو برای کیفیت زندگی و توانایی عملکردی

پرسش نامه  $KOOS$  و تست  $6MWT$  در ابتدای جلسه اول، بعد از اتمام جلسه دهم و یک ماه پس از اتمام درمان فیزیوتراپی از آن ها گرفته شده و میزان درد، دامنه حرکتی و ادم در هر جلسه اندازه گیری انجام شد. لازم به ذکر است ارزیابی ها برای هر بیمار در ساعت مشخصی صورت می گرفت تا علائم بیمار تحت تاثیر نوسانات علائم بیماری در طول روز قرار نگیرد. علاوه بر متغیرهای سن، قد و وزن متغیرهای اندازه گرفته شده به صورت زیر هستند: موبیلیتی مفصل زانو (دامنه حرکتی): متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از گونیامتر و با واحد درجه اندازه گیری می شود. در واقع میزان دامنه فلکشن و اکستنشن مفصل زانو است.

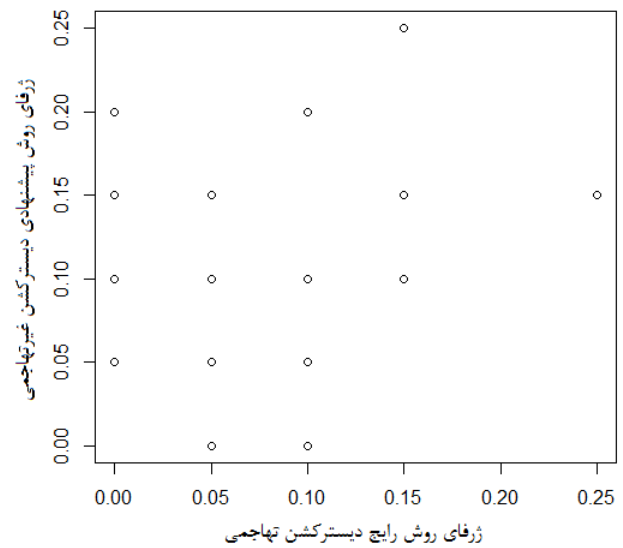
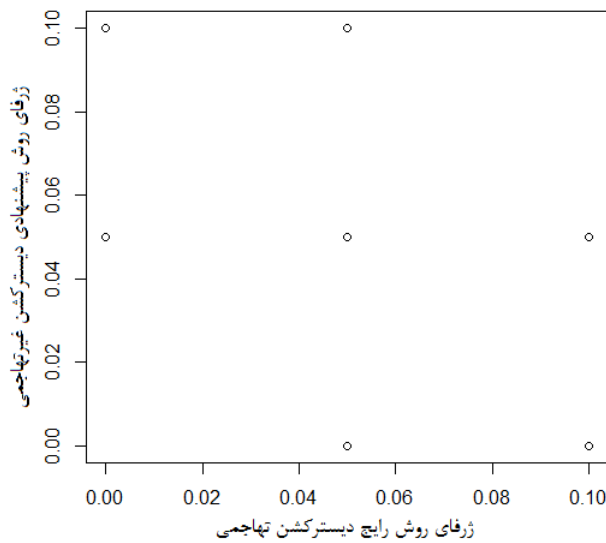
توانایی عملکردی: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از تست ۶ دقیقه راه رفتن ( $6MWT$ ) و با واحد متر اندازه گیری می شود.

شدت درد بیمار: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که از طریق مقیاس  $VAS$  و با واحد میلی متر اندازه گیری می شود.

میزان تورم مفصل زانو: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از متر و با واحد میلی متر اندازه گیری می شود. میزان تورم در ۳ ناحیه دور خط مفصلی، ۱۰ سانتی متر بالاتر از خط مفصلی و ۱۰ سانتی متر پائین تر از خط مفصلی برای هر دو پای چپ و راست اندازه گیری می شود.

کیفیت زندگی: متغیر وابسته از نوع کمی گسسته که با استفاده از پرسش نامه ی  $KOOS$  اندازه گیری می شود و میزان نمره ای است که از تکمیل این پرسش نامه به دست می آید.

همچنان که ملاحظه می شود تمامی متغیرهای مزبور گسسته بوده و فرض نرمال بودن برای آن ها غیر موجه است. بنابراین با استفاده از آزمونهای معرفی شده بر اساس تابع ژرفا دو گروه را از نظر میزان کاهش شدت درد، بهبودی توانایی عملکردی، کیفیت زندگی، دامنه حرکتی و کاهش شدت تورم مقایسه می کنیم. از آن جا که آزمون های معرفی شده باید روی داده های چندمتغیره اعمال شوند، لذا در ابتدا وابستگی بین متغیرها را آزمون می کنیم. همبستگی اسپرمن متغیرهای بهبود توانایی عملکردی و کیفیت زندگی در سطح ۰/۰۱ معنی دار شده است. پس می توان این دو متغیر را به صورت یک بردار دومتغیره در نظر گرفت و تحلیل های چندمتغیره ی ناپارامتری را برای آن ها به کار برد.



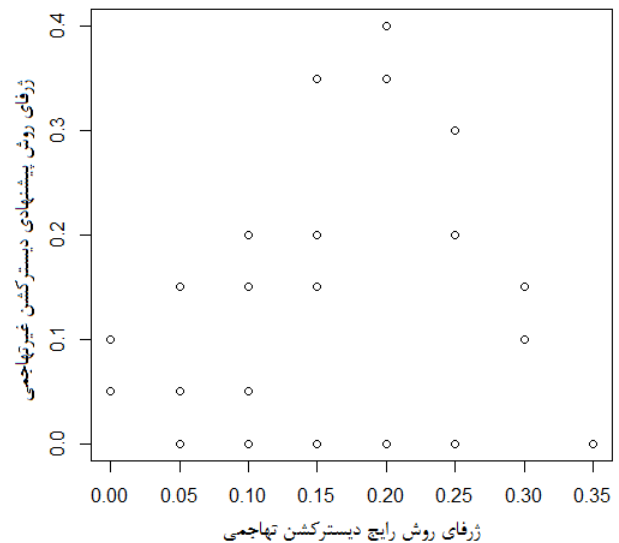
شکل ۴. نمودار  $DD$  جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای تورم

شکل ۲. نمودار  $DD$  جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای دامنه حرکتی

همان گونه که از اشکال ۱ تا ۴ دیده می‌شود، علی‌رغم اینکه حجم نمونه اندک است اما نمودار  $DD$  کیفیت زندگی و توانایی عملکردی نشان دهنده‌ی اختلاف مکان بین دو گروه بوده ولی برای متغیر تورم هیچ‌گونه اختلاف مکانی دیده نمی‌شود و برای شدت درد و دامنه حرکتی نیز نمی‌توان به صراحت اظهار نظر کرد. حال برای بررسی دقیق‌تر، آزمون‌های ناپارامتری ژرفا-پایه را انجام می‌دهیم.

جدول ۱:  $p$ -مقدار برای آزمون اختلاف مکان روش رایج تهاجمی با روش پیشنهادی غیرتهاجمی در جلسه‌ی دهم

| بردار                         | $Mn$  | $Tn$  |
|-------------------------------|-------|-------|
| کیفیت زندگی و توانایی عملکردی | ۰/۰۴۱ | ۰/۰۴۰ |
| دامنه حرکتی                   | ۰/۷۹۱ | ۰/۶۰۷ |
| تورم                          | ۰/۶۳۹ | ۰/۱۱۶ |
| شدت درد                       | ۰/۰۳۳ | ۰/۰۴۷ |



شکل ۳. نمودار  $DD$  جلسه‌ی دهم گروه یک در مقابل گروه دو برای شدت درد

جدول ۲:  $p$ -مقدار برای آزمون اختلاف مکان جلسه اول و دهم این اختلاف، معنی دار نیست. بنابراین روش پیشنهادی دیسترکشن به روش غیر تهاجمی برخلاف روش دیسترکشن به روش تهاجمی باعث کاهش درد شده است.

همان گونه که از جداول ۱، ۲ و ۳ مشاهده می شود برای بردار توانایی عملکردی و کیفیت زندگی نتایج مشابه با بردار شدت درد بدست آمده است. حال باید بررسی شود که علت معنی دار شدن این اختلاف کدام یک از این دو متغیر بوده است. پس از انجام آزمون های دو گانه، ملاحظه می شود که آزمون ها برای هر دو متغیر در سطح  $\frac{0.05}{2}$  معنی دار می شوند، پس روش دیسترکشن به روش غیر تهاجمی (گروه دوم) نسبت به دیسترکشن به روش تهاجمی (گروه اول) باعث افزایش توانایی عملکردی و بهبود کیفیت زندگی شده است. ملاحظه جداول ۱ تا ۳ نشان می دهد که اختلاف مکان بین جلسه اول و دهم در متغیرهای تورم و دامنه حرکتی معنی دار نیستند.

از آن جا که برای متغیرهای "کیفیت زندگی و توانایی عملکردی" و "شدت درد" آزمون های اختلاف مکان معنی دار شده اند قبل از انجام آزمون مقیاس این متغیرها را نسبت به ژرف ترین نقطه ی شان استاندارد کرده تا دو گروه دارای مکان یکسان شوند. نتایج آزمون های اختلاف مقیاس جمعی رتبه ای (۵) و جمعی رتبه ای تعدیل یافته (۶) در جدول ۴ ارائه شده است. همانطور که ملاحظه شد در هیچ یک از متغیرهای مزبور اختلاف مقیاس بین دو گروه در سطح  $0.05$  معنی دار نشده است. و بنابراین جمع بندی نهایی آن است که روش پیشنهادی غیرتهاجمی در متغیرهای "شدت درد" و "کیفیت زندگی و توانایی عملکردی" با روش رایج تهاجمی از نظر مکانی با یکدیگر اختلاف داشته و عملکرد مناسب تری را در مقایسه با روش رایج نشان می دهند.

## ۵ نتیجه گیری

در این مقاله پس از معرفی تابع ژرفای نیم فضا به آزمون های ناپارامتری ژرفا-پایه برای مقایسه مکان و مقیاس دو توزیع چندمتغیره پرداخته شده است. از آن جا که در پژوهش انجام شده در دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی عملکرد روش پیشنهادی جدید و دیسترکشن مفصلی غیرتهاجمی مورد بررسی قرار گرفته و برای این مقصود تحلیل هایی آماری پارامتری استفاده شده است.

برای گروه روش پیشنهادی غیرتهاجمی

| بردار                         | $Mn$  | $Tn$  |
|-------------------------------|-------|-------|
| کیفیت زندگی و توانایی عملکردی | ۰/۰۴  | ۰/۰۲۳ |
| دامنه حرکتی                   | ۰/۱۹۵ | ۰/۱۸۴ |
| تورم                          | ۰/۹۴۷ | ۰/۰۵۹ |
| شدت درد                       | ۰/۰۰۸ | ۰/۰۲۰ |

جدول ۳:  $p$ -مقدار برای آزمون اختلاف مکان جلسه اول و دهم

برای گروه روش رایج تهاجمی

| بردار                         | $Mn$  | $Tn$  |
|-------------------------------|-------|-------|
| کیفیت زندگی و توانایی عملکردی | ۰/۰۵۵ | ۰/۲۴۱ |
| دامنه حرکتی                   | ۰/۹۲۲ | ۰/۸۷۲ |
| تورم                          | ۰/۹۱۲ | ۰/۹۴۵ |
| شدت درد                       | ۰/۱۷۷ | ۰/۴۵۲ |

جدول ۴:  $p$ -مقدار برای آزمون اختلاف مقیاس روش رایج تهاجمی با روش پیشنهادی غیرتهاجمی در جلسه ی دهم

| بردار                         | جمعی رتبه ای | تعدیل یافته<br>( $r = 0/1$ ) |
|-------------------------------|--------------|------------------------------|
| کیفیت زندگی و توانایی عملکردی | ۰/۰۵۵        | ۰/۲۴۱                        |
| دامنه حرکتی                   | ۰/۹۲۲        | ۰/۸۷۲                        |
| تورم                          | ۰/۹۱۲        | ۰/۹۴۵                        |
| شدت درد                       | ۰/۱۷۷        | ۰/۴۵۲                        |

بنابر نتایج بدست آمده در جدول ۱ برای شدت درد اختلاف مکان دو گروه در جلسه ی دهم در سطح  $0.05$ ، معنی دار شده است و این در حالی است بنابر نتایج جداول ۲ و ۳ بین شدت درد در جلسه ی اول و دهم در گروه روش پیشنهادی غیرتهاجمی اختلاف مکان معنی دار شده است، اما برای گروه روش تهاجمی

در این مقاله بر اساس آزمون‌های ناپارامتری ژرفا-پایه عملکرد تورم و فقدان عملکرد شاکی هستند استفاده کرد تا علائم بیماری روش پیشنهادی را بررسی کرده‌ایم. بر این اساس مشخص گردید، آنها کاسته شود و کیفیت زندگی آنها بهبود یابد و در صورت امکان دیسترکشن مفصلی به روش غیرتهاجمی در فیزیوتراپی در درمان نیاز برای عمل جایگزینی مفصل را در این افراد حذف یا حداقل بیماری استئوآرتریت شدید زانو مفید واقع شده و می‌توان از این به تأخیر بیندازیم. روش در درمان افراد مبتلا به استئوآرتریت شدید زانو که از درد،

## مراجع

- [۱] محمودی اقدم، س. خادمی کلانتری، خ. اکبرزاده باغبان، ع. رضایی، م. رحیمی، ع و نعیمی، ص. (۱۳۹۱)، "اثر کشش مفصلی در بهبود عملکرد و کیفیت زندگی بیماران مبتلا به استئوآرتریت شدید زانو"، فصل‌نامه طب توانبخشی، ۱، ۲.
- [2] Chenouri, S., Small, C. G., and Farrar, T. (2011), Data depth-based nonparametric scale tests, *The Canadian Journal of Statistics*, **39**, 356-369.
- [3] Danaho, D. and Gasko, M. (1992), Breakdown properties of location estimator based on halfspace depth and projected outlyingness, *Annals of statistics*, **20**, 4, 1803-1827.
- [4] Li, J. and Liu, R. Y. (2004) New Nonparametric Tests of Multivariate Locations and Scales Using Data Depth, *Institute of Mathematical statistics*, **72**, 783-840.
- [5] Liu, R., Parelius, J., and Sing, K. (1999), Multivariate Analysis by Data Depth: Descriptive Statistics, Graphics and Inference,, *The Annals of Statistics*, **72**, 783-840.
- [6] Liu, R. y. (1990), on a Notion of Data Depth Based on Random Simplices, *Ann. Statist*, **18**, 405-414.
- [7] Liu, R. Y. and Singh, K. (2006), Rank Tests for Multivariate Scale Difference Based on Data Depth, *American Mathematical Society*, **72**, 17-35.
- [8] Serfling, R. (2006), Depth Functions in Nonparametric Multivariate Inference, *American Mathematical Society*, **72**, 1-16.
- [9] Tukey, J. (1975), Mathematics and picturing of data, *In Proceeding of the International congress of Mathematicians*.
- [10] Zuo, Y. and Serfling, R. (2000), General Notions of Statistical Depth Function, *The Annals of Statistics*, **28**, 461-482.