

## معرفی رگرسیون منطقی و کاربرد آن برای پیش‌بینی بیماریها

پروین سریخش<sup>۱</sup>، یدالله محرابی<sup>۲</sup>، علی اکبر خادم معبدی<sup>۳</sup> و فرزاد حدائق<sup>۴</sup>

### چکیده:

در بسیاری از مسائل آماری، متغیرها اثرات برهم‌کشی روی یکدیگر دارند. روش‌های آماری موجود برای تعیین مدل‌های پیش‌بینی از جمله روش‌های رگرسیونی و درختهای تصمیمی، قابلیت تشخیص و لحاظ کردن چنین اثراتی را ندارند و اثرات متقابل بین متغیرها در صورت شناسایی و لحاظ کردن در مدل، به دلیل پیچیده شدن آن، نهایتاً از دو طرفه و سه طرفه تجاوز نمی‌کند. برای غلبه بر این نقص این مطالعه به معرفی رگرسیون منطقی به عنوان یک روش رگرسیونی تعمیم‌یافته و جدید می‌پردازد که در آن متغیرهای پیشگو به صورت ترکیبات بولی از متغیرهای دو حالتی ساخته می‌شوند. برای یافتن چنین ترکیباتی در فضای حالتی ممکن و هم‌چنین برآورد پارامترهای مربوط به این ترکیبات از الگوریتم جستجوی Annealing استفاده می‌شود. آزمونهای تصادفی‌سازی برای تأیید وجود ارتباط بین داده‌ها بکار می‌رود. به منظور اجتناب از بیش برآورده شدن، تعداد بهینه ترکیبات منطقی و متغیرهای مدل به روش اعتبار متقاطع تعیین می‌گردد. به عنوان کاربردی از این روش داده‌ای حاصل از مطالعه کوهورت قند و لیپید تهران، با استفاده از رگرسیون منطقی تحلیل شدند که در آن اثر متغیرهای تن‌سنجه، قند و لیپیدها، فشار خون و ... بر بروز دیابت بررسی شد و در نهایت مدلی برای پیش‌بینی ابتلا به دیابت ارائه گردید.

**واژه‌های کلیدی:** اثرات متقابل، الگوریتم Annealing، رگرسیون منطقی، منطق بولی.

### ۱ مقدمه

متغیرهای پیش‌بین زیاد باشد، به ویژه وقتی این متغیرها دو حالتی باشند (بله و خیر، سالم و بیمار و...)، ممکن است اثرات متقابل مراتب بالاتر بین این متغیرها بر روی برآذش متغیر پاسخ تاثیرگذار باشد. این موضوع بیشتر در مسائلی مثل داده‌کاوی و داده‌های ریزآرایه که حجم داده‌ها زیاد است روی می‌دهد. برای شناسایی و لحاظ کردن اثرات متقابل بین متغیرها در صورت تجاوز نمی‌کند [۱۵]. زمانی که تعداد

رگرسیون یکی از مهمترین ابزارهای آماری در زمینه آنالیز داده‌ها و بررسی ارتباط بین متغیرهای پیش‌بین و متغیر پاسخ است. ولی در اکثر مسائل، یک مدل رگرسیونی تنها می‌تواند ارتباط اثرات اصلی متغیرهای پیش‌بین را روی پاسخ بررسی کند و اثرات متقابل بین متغیرها در صورت لحاظ شدن در مدل، به دلیل پیچیده شدن آن، از دو طرفه و نهایتاً سه طرفه تجاوز نمی‌کند [۱۵].

<sup>۱</sup> دانشجوی دوره دکتری آمار زیستی، دانشکده پیراپرشکی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی

<sup>۲</sup> استاد گروه اپیمیولوژی، دانشکده بهداشت دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی

<sup>۳</sup> استادیار گروه آمار زیستی، دانشکده پیراپرشکی دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی

<sup>۴</sup> دانشیار پژوهشکده علوم غدد درون ریز و متابولیک، دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی

که می‌تواند برای مدل‌بندی داده‌هایی که پیش‌فرضهای لازم برای رگرسیون را ندارند، هم‌چنین برای مدل‌بندی روابط پیچیده غیرخطی یا اثرات متقابل مراتب بالا به کار رود. روشهای یادگیری ماشین، با استفاده از معادلات یادگیری، داده‌ها را کلاس‌بندی می‌کنند. ایراد این روشهای این است که مانند یک جعبه سیاه عمل کرده و فقط نتایج کلاس‌بندی را ارائه داده و تابع یا ضابطه‌ای برای این کلاس‌بندی در اختیار محقق قرار نمی‌دهند در نتیجه تاثیر متغیرهای پیش‌بین و شدت اثر آنها روی متغیر پاسخ ارزیابی نمی‌شود. روش رگرسیون منطقی توسط روزنیسکی [۱۵]، برای مسائلی با متغیرهای مستقل دوچالتی با رویکرد رگرسیونی و یافتن متغیرهای پیش‌بین از ترکیبات بولی متغیرهای پیش‌بین دوچالتی اولیه ارائه شد. الگوریتم جستجوی استفاده شده در این روش، Simulated Annealing است. این روش به دلیل جستجوی ترکیبات بولی در کل فضای حالات ممکن چنین ترکیباتی و نیز ارائه تابع امتیاز برای مقایسه کفایت مدل‌ها، نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت دارد. برخلاف روشهای دیگر، رگرسیون منطقی به شکل یک مدل رگرسیونی بوده و برای هر ترکیب یافت شده میزان اثر و ضریب ارائه می‌هد که قابلیت تفسیر بهتر و ارزیابی مدل با استفاده از امتیازها و آمارهای مربوط به نوع مدل رگرسیونی ایجاد می‌کند. هم‌چنین قابلیت لحاظ کردن اثرات متقابل بین چندین متغیر در قالب یک عبارت بولی و تلخیص متغیرها از مزایای این روش نسبت به روشهای قبلی است. در این روش می‌توان به شرط

کردن چنین تقابل‌هایی در مدل‌های رگرسیونی، می‌توان به جای استفاده از تمام متغیرها در برازش مدل، یک متغیر ترکیبی از آنها ساخت و به عنوان متغیر مستقل جدید وارد مدل کرد. رگرسیون منطقی می‌تواند راه حلی برای رفع این گونه مشکلات باشد [۱۵]. برای متغیرهای پیش‌بین دوچالتی روشهای متنوع رگرسیونی و کلاس‌بندی در علوم آماری و کامپیوتر و زبان ماشین وجود دارد. در منابع زبان ماشین، روشهای الگوریتم‌هایی که از توابع بولی استفاده می‌کند بر مبنای درخت تصمیم یا قواعد تصمیم هستند. در میان این الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های SLIQ [۱۰]، ID3 [۱۳]، C4.5 [۱۶] و M5 [۱۴] مشهورتر هستند. روشهای بر مبنای قواعد نیز شامل: [۷] RIPPER و [۸] SLIPPER و [۹] SWAP1 [۵]، CN2 [۸]، SWAP1 [۱۹] و AQ [۱۲] می‌باشند. تفاوت روشهای درختی و قاعده تصمیم‌گیری در رویکرد کلاس‌بندی روش درختی در مقابل رویکرد رگرسیونی روشهای قاعده‌ای است. اکثر روشهای دوچالتی ارائه شده، از نوع کلاس‌بندی هستند. ابتدا ویس و ایندورخیا [۱۹] روش SWAP1 را بسط دادند به طوری که قواعد رگرسیونی را به فرم ترکیبات منطقی آموزش می‌داد. تارگو و گاما [۱۸] این روش را گسترش دادند به طوری که تقریباً هر مسئله کلاس‌بندی را با الگوریتم R2 و شرط‌های منطقی اگر و آن‌گاه به مدل رگرسیونی خطی تبدیل می‌کرد. الگوریتم M5 گسترش دادن به طوری که تقریباً هر مسئله کلاس‌بندی را با الگوریتم R2 و شرط‌های منطقی اگر و آن‌گاه به مدل رگرسیونی خطی تبدیل می‌کرد. الگوریتم M5 نیز برای ساختن مدل درختی خطی ابداع شد [۱۴]. روشهای یادگیری ماشین<sup>۵</sup> مانند شبکه‌های عصبی<sup>۶</sup> و ماشین بردار پشتیبان<sup>۷</sup> نیز از روشهایی هستند [۲۱]

رگرسیون لجستیک دو حالتی  $g(E(y)) = \log \left[ \frac{E(y)}{1-E(y)} \right]$  مدل مخاطرات متناسب کاکس و یا سایر مدل‌های خطی تعمیم یافته باشد. به طور کلی برای هر مدلی یکتابع امتیاز<sup>۹</sup> تعریف می‌شود که نشان‌دهنده کیفیت مدل مفروض می‌باشد. برای مثال در رگرسیون خطی تابع امتیاز، مجموع مربعات خط  $RSS(\beta) = \sum (y_i - y'_i)^2 = (Y - X\beta)'(Y - X\beta)$  و در رگرسیون لجستیک آماره انحراف<sup>۲</sup>  $D = \sum d(y_i, \hat{\pi}_i)^2$  (Deviance) می‌باشد. در رگرسیون منطقی هدف یافتن عبارت بولی است که تابع امتیاز تعیین‌شده را مینیمم کند. برآورد  $\beta_j$  به طور همزمان، با جستجو برای عبارت  $L_j$  با استفاده از الگوریتم Annealing پیدا می‌شود [۱۵].

## ۲.۱ عبارات و درخت منطقی

معمول‌ترین و آسان‌ترین راه نمایش عبارت‌های بولی استفاده از عملگرهای منطقی:

$$\vee("or"), \wedge("and"), {}^c("not")$$

و استفاده از کروشهای می‌باشد. یک مثال از این نحوه نمایش عبارت منطقی زیر است که با استفاده از عملگرها نشان داده شده است:

$$\{(A \wedge B^c) \wedge [(C \wedge D) \vee (E \wedge (C^c \vee F))] \}$$

با استفاده از کروشهای هر عبارت بولی را می‌توان مکرراً با ترکیب دو متغیر، یک متغیر و یک عبارت بولی یا دو عبارت بولی تولید کرد. برای مثال عبارت منطقی فوق را می‌توان با ترکیبات زیر تولید کرد:

تعریف تابع امتیاز مناسب، هر نوع مدل رگرسیونی اعم از خطی، لجستیک و کاکس و... را برازش داد [۱۵].

### ۱.۱ تعریف مدل رگرسیون منطقی

رگرسیون منطقی یک روش رگرسیونی تعمیم‌یافته و جدید است که در آن متغیرهای پیشگوی به صورت ترکیبهای بولی از متغیرهای دو حالتی ساخته می‌شود. در رگرسیون منطقی، به دنبال یک متغیر دو حالتی هستیم که حاصل یک ترکیب منطقی بولی مطلوب از متغیرهای دو حالتی اولیه باشد به طوری که استفاده از این متغیر جدید به عنوان متغیر پیش‌بین، در مقایسه با سایر ترکیبات بولی ممکن، بهترین برازش را بر روی متغیر پاسخ داشته باشد. این روش رگرسیون که توسط روزینسکی<sup>۸</sup> معرفی شده است و در زمینه داده‌های SNP، توالی ژنی، غربالگری بیماری‌های چند عاملی و... کاربرد دارد و به دلیل استفاده از ترکیبات بولی منطقی رگرسیون منطقی (Logic Regression) نامیده شده است [۱۵]. فرض کنید  $x_1, x_2, \dots, x_k$  متغیرهای پیشگوی دو حالتی و  $y$  متغیر پاسخ باشد. هدف برازش مدل رگرسیونی به فرم زیر است:

$$g(E(y)) = \beta_0 + \sum_{j=1}^t \beta_j L_j$$

که در آن  $L_j$  یک عبارت بولی از متغیرهای پیشگوی  $X_i$  و  $g(E(y))$  یک تابع پیوسته است. این مدل یک مدل منطقی نامیده می‌شود. قالب ارائه شده در بالا می‌تواند شامل رگرسیون خطی  $E(y)$  و  $g(E(y)) = E(y)$  باشد.

Ingo Ruczinski<sup>۸</sup>  
Score function<sup>۹</sup>

### ۳.۱ جابجایی در فضای جستجو

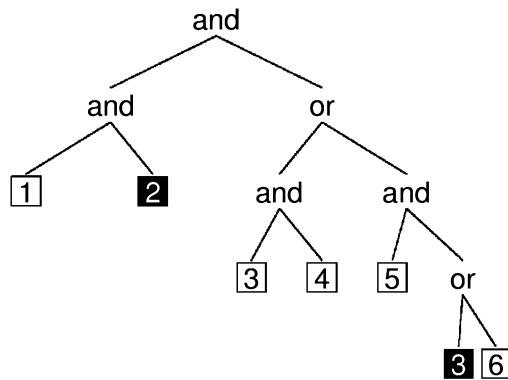
یک همسایه برای درخت منطقی درختی است که می‌تواند از یک جابجایی تکی از درخت اولیه به دست آید. هر جابجایی یک جابجایی برگشت‌پذیر است یعنی یک حرکت برای برگشتن از درخت جدید به درخت قدیمی وجود دارد. برگشت‌پذیری یک اصل مهم برای نظریه زنجیر مارکف در الگوریتم Simulated Annealing است [۱۵]. برای ایجاد همسایگی جدید برای درخت اولیه جابجایی‌های زیر وجود دارد که هر کدام با مثالی در شکل ۲ توضیح داده شده‌اند. در این شکل درخت اولیه در گوشه پایین سمت چپ شکل قرار دارد. سایر درختها با یک تک جابجایی از این درخت اولیه حاصل شده‌اند.

۱. تعویض برگها (Alternate Leaf): برداشتن یک برگ و جایگزینی آن با برگ دیگر در همان نقطه. (شکل ۱-a)
۲. تعویض عملگرها (Alternate Operator): هر  $\wedge$  می‌تواند با  $\vee$  عوض شود و برعکس. (شکل ۱-b)
۳. روش (Grow): در هر گرهی که برگ نیست (عملگر است) می‌توان یک شاخه جدید ایجاد کرد. (شکل ۱-c)
۴. برش (Pruning): حرکت برگشته روش، برش است که می‌توان شاخه‌ای را برید. (شکل ۱-d)
۵. تقسیم برگ (Split Leaf): هر برگ می‌تواند شکسته شود و برگ جدیدی اضافه شود. (شکل ۱-e)
۶. حذف کردن برگ (Delete Leaf): هر برگ (متغیر) می‌تواند از درخت حذف شود. (شکل ۱-f)

با توجه به نظریه نافروکاستنی بودن زنجیر مارکف با این سری جابجایی‌های داده شده یک درخت منطقی می‌تواند از هر درخت حذف منطقی دیگر با یک تعداد جابجایی متناهی بدست آید.

$$\underbrace{(A \wedge B^c)}_1 \wedge \underbrace{[(C \wedge D) \vee (E \wedge \underbrace{(C^c \vee F)})]}_{\substack{2 \\ 3}} = \underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{(A \wedge B^c) \wedge [(C \wedge D) \vee (E \wedge (C^c \vee F))]}_5}}_6}_{\substack{1 \\ 2 \\ 3 \\ 4}}$$

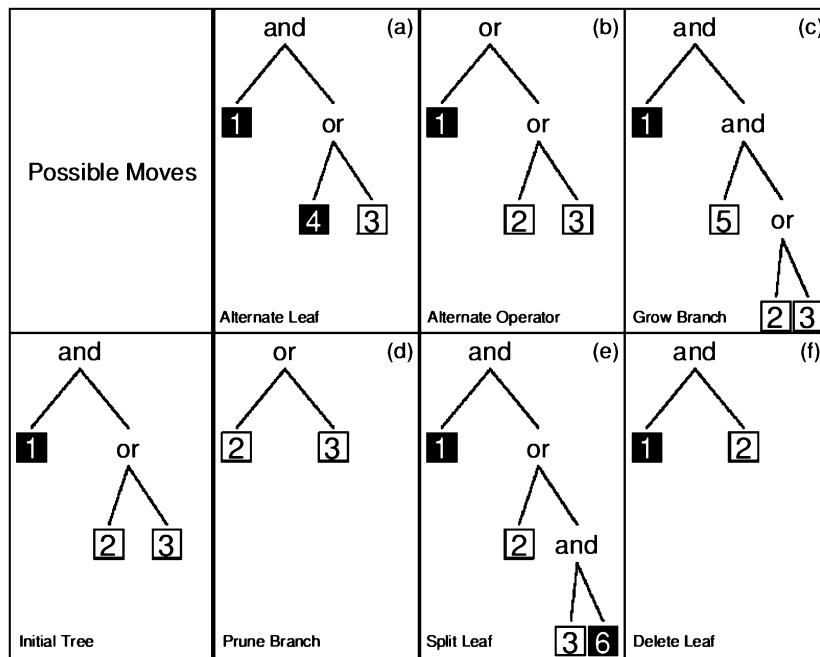
این شکل نمایش ما را قادر می‌سازد که عبارت منطقی را در قالب یک درخت دوحالته نشان دهیم. درخت منطقی برای عبارت منطقی فوق را می‌توان به صورت زیر رسم کرد که در آن حروف با رنگ سفید در زمینه نشان‌گر نقیض آن حرف یا متغیر است.



شکل ۱. نمایش عبارت‌های منطقی به صورت درخت منطقی

عبارات و اصطلاحات زیر برای درخت منطقی به کار می‌رود:

۱. موقعیت هر عنصر (متغیر، نقیض متغیر و عملگر) در درخت یک گره است.
۲. هر گره صفر یا دو زیر گره دارد.
۳. زیر گره‌ها همسایه‌های یکدیگرند.
۴. گرهی که زیر گره نیست ریشه نامیده می‌شود.
۵. گرهی که زیر گره ندارد برگ نامیده می‌شود.
۶. برگ فقط می‌تواند متغیر یا متمم متغیر باشد بقیه گره‌های عملگرها هستند.



شکل ۲ جابجایی های ممکن برای درخت منطقی

ترکیبها و نیز پارامترهای مربوط به ترکیبات یافت شده از الگوریتم جستجوی Annealing استفاده می‌شود. هر ترکیب بولی را می‌توان به صورت یک درخت منطقی متشكل از برگهایی که متغیرهای مطلوب هستند، نشان داد. الگوریتم Simulated Annealing یک الگوریتم جستجوی تصادفی است و در فضای حالت‌های ممکن ترکیبات منطقی، بر مبنایتابع امتیاز تعیین شده دنبال بهترین ترکیب می‌باشد. الگوریتم Annealing روی فضای حالات  $S$  (حالتهای ممکن ترکیبات منطقی) تعریف می‌شود. حالتها به خاطرسیستم همسایگی با هم مرتبط‌بوده و یک مجموعه از زوچهای همسایه در  $S$  با یک زیرساختار  $M$  در  $S \times S$  تعریف می‌شود. عناصر در  $M$

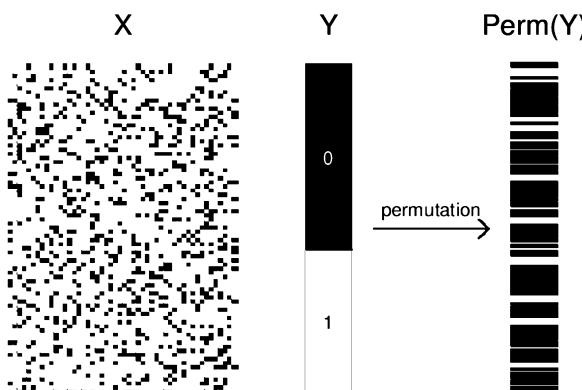
#### ۴.۱ جستجوی بهترین مدلها

در عمل می‌توان با یک سری متغیر داده شده تعداد بسیار زیادی ترکیب منطقی ساخت و روش مستقیم نیز برای فهرست کردن همه درختهای منطقی وجود ندارد که بتوان برای گزینش بهترین مدل، همه پیش‌بینی‌های متفاوت را در اختیار داشت پس امکان ارزیابی کامل از همه درختهای منطقی ممکن وجود ندارد. برای یافتن بهترین ترکیب منطقی از الگوریتم‌های Simulated Annealing استفاده می‌شود. معیار مطلوب بودن در این جستجو، کمتر بودن تابع امتیاز متناسب با مدل رگرسیونی در نظر گرفته شده می‌باشد. برای یافتن چنین ترکیباتی در فضای حالت‌های ممکن Score function مربوط به این

مدلی انتخاب می‌شود که بهترین امتیاز را داشته باشد  
[۱۵].

### ۶.۱ آزمون تصادفی‌سازی: مدل صفر

وجود ارتباط بین پاسخ و متغیر مستقل با مقایسه امتیازهای حاصل از برآذش تصادفی پاسخ و بهترین مدل منطقی یافت شده بوسیله الگوریتم را می‌توان با این آزمون بررسی کرد. فرض صفر این است که هیچ ارتباطی بین  $X$  و  $Y$  وجود ندارد. اگر ارتباطی بین  $X$  و  $Y$  وجود نداشته باشد بهترین مدل منطقی امتیازی مشابه مدل تصادفی خواهد داشت. با تکرار برآذش تصادفی نسبت امتیازهای این مدل که کمتر از بهترین مدل منطقی است را به عنوان  $p$  – مقدار دقیق برای آزمون صفر در نظر می‌گیریم. این آزمون، آزمون تصادفی‌سازی: مدل صفر<sup>۱۲</sup> نامیده می‌شود. [۱۵]



شکل ۳. آزمون تصادفی‌سازی

جابجایی نامیده می‌شود. اگر حالت  $s$  بتواند با یک تک جابجایی به  $s^t$  تبدیل شود  $s^t, s$  را مجاور هم می‌نامند ( $s, s^t \in M^k$ ). به طور مشابه  $s, s^t \in M$ ) که با  $k$  حرکت به هم می‌رسند. این الگوریتم در بین جابجایی‌های ممکن، با توجه بهتابع امتیاز به دنبال جابجایی می‌گردد که منجر به بهتر شدن امتیاز مدل شود [۱۵].

### ۵.۱ آزمون اعتبار متقاطع

تعداد کل متغیرهای موجود در مدل منطقی به عنوان اندازه مدل در نظر گرفته می‌شود. زمانی که در جستجوی بهترین مدل از لحاظ امتیاز هستیم ممکن است به مدلی با تعداد متغیرهای بیشتری از آنچه مدل بهینه دارد دست پیدا کنیم. می‌توان با مقایسه عملکرد بهترین مدلها در ابعاد مختلف، مدل با بعد بهینه را انتخاب کرد. این روش، آزمون اعتبار متقاطع نامیده می‌شود.<sup>۱۰</sup> زمانی که به اندازه کافی داده موجود باشد می‌توان از روش مجموعه آموزش و آزمون<sup>۱۱</sup> استفاده کرد به این صورت که به طور تصادفی داده‌ها به دو گروه با اندازه از پیش تعیین شده تقسیم می‌شوند. با استفاده از یک قسمت از داده‌ها به عنوان مجموعه training (آموزش) و قسمت دیگر به عنوان مجموعه Test (آزمون)، اندازه مدل مطلوب را بدست می‌آوریم. بنابراین به جای استفاده از کل داده‌ها در برآذش و ارزیابی مدل، مدل‌هایی با اندازه‌های ثابت را با استفاده از گروه آموزش برآذش داده و سپس همه مدل‌ها را روی داده‌های گروه آزمون اعمال می‌کنیم و

Cross Validation Test<sup>۱۰</sup>  
Training & Test set<sup>۱۱</sup>  
Null Model Randomization Test<sup>۱۲</sup>

## ۷.۱ کاربرد روش رگرسیون منطقی برای پیش‌بینی دیابت [۱۱]

منطقی (Regression Logistic Logic) با تابع امتیاز آماره انحراف "انجام شد. پارامترهای مدل با به کارگیری الگوریتم Annealing برآورد شد. به منظور اجتناب از بیش برآورد شدن، تعداد بهینه ترکیبات منطقی و متغیرهای مدل به روش اعتبار متقطع تعیین گردید. چهارده عامل خطر دوحتالی در ارتباط با بروز دیابت وارد مدل رگرسیون لجستیک منطقی شدند. تاثیر تغییرات بعد مدل (تعداد متغیرهای مشمول در مدل) روی آماره انحراف مدل رگرسیون لجستیک منطقی برآش داده شده با ۱۰ و ۲۳ و ۴ ترکیب منطقی و اندازه های متفاوت از ۲ تا ۱۵ برگ، در شکل ۲ نمایش داده است. امتیازات آزمون اعتبار متقطع برای تعیین بعد مناسب مدل، پیشنهاد انتخاب مدلی با ۴ ترکیب منطقی و ۵ متغیر را می دهد.

به این ترتیب بعد از تعیین اندازه مناسب مدل با استفاده از آزمون اعتبار متقطع، در صدد یافتن بهترین مدل با ۴ ترکیب منطقی و ۵ متغیر هستیم. الگوریتم Annealing با جستجو در فضای حالات چنین مدل‌هایی، ترکیبی از متغیرها را می‌یابد که کمترین آماره انحراف را دارند. چون این الگوریتم یک الگوریتم تصادفی و احتمالاتی است‌الزاما نتیجه منحصر به فرد و یکتاًی در جستجو حاصل نمی‌شود بنابراین مدلی که در ۱۰ بار اجرای الگوریتم با فراوانی نسبی بالایی مشاهده شد به عنوان مدل منتخب الگوریتم معرفی گردید. سایر مدل‌های مشاهده شده نسبت به مدل منتخب در این ۱۰ بار تغییری‌نیزی کمی داشتند. مدل حاصل در شکل ۴ ارائه شده است.

دیابت نوع دو یکی از بیماریهای چند عاملی است که با توجه به اهمیت و بار فردی و اجتماعی، لزوم شناسایی افراد پر خطر برای ابتلا به آن مشهود است. تا کنون مطالعات متعددی جهت پیش‌بینی بروز دیابت با استفاده از مدل‌های آماری موجود انجام شده است ولی علی‌رغم اهمیت بالینی اثرات متقابل عوامل خطر روی بروز دیابت، امکان لحاظ کردن همه اثرهای متقابل ممکن در مدل‌های آماری فعلی وجود ندارد. در این مطالعه، به منظور یافتن ترکیبات منطقی مناسب از عوامل خطر مرتبط با دیابت نوع دو از روش رگرسیون لجستیک منطقی استفاده گردید. الگوریتم مورد استفاده در رگرسیون منطقی برای یافتن ترکیبات بولی، الگوریتم Annealing می‌باشد. رگرسیون منطقی برای توابع پیوندی مثل خطی، لجستیک، مدل کاکس ... قابل اجرا است. بنابراین در این مقاله از رگرسیون منطقی بالینک لجستیک استفاده شد که با الگوریتم Annealing بهترین ترکیبات بولی که منجر به یافتن مدل لجستیک منطقی با

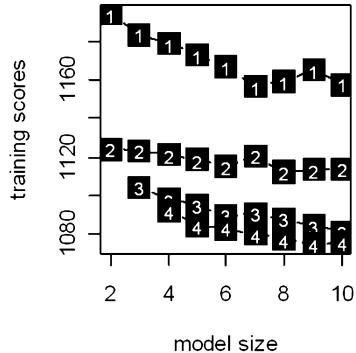
جمعیت مورد بررسی، از افراد بخش کوهرت مطالعه قند ولیپید تهران (TLGS) [۱] انتخاب شدند. ۳۵۲۳ نفر زن و ۴۲/۲ مرد) مورد مطالعه قرار گرفتند. ۵۷/۸٪ متغیرهای مورد بررسی طبق تعریف عوامل خطر [۴]، به متغیرهای دو حالتی (عامل خطر دارد/ ندارد) تبدیل شدند.

## تحلیل‌های مربوط با استفاده از روش رگرسیون لجستیک

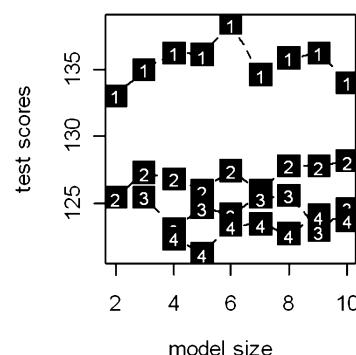
زیر منحنی های ROC به دو روش معمول و خودگردان (Bootstrap) بدست آمد. نقطه برش برای محاسبه حساسیت و ویژگی مدل از فرمول زیر محاسبه شد [۶]:

$$\sqrt{(1 - Sensitivity)^2 + (1 - Specificity)^2}.$$

از نرم افزارهای R نسخه ۲.۸.۱ برای برازش رگرسیون لجستیک منطقی استفاده شد.



امتیازات مربوط به مدلها بیان تعداد درختها و برگهای متفاوت در گروه آموزش



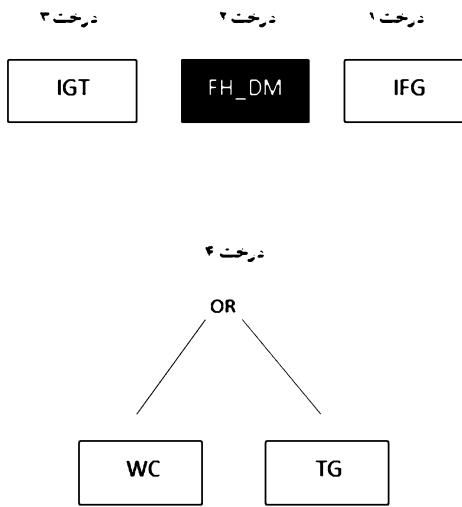
امتیازات مربوط به مدلها بیان تعداد درختها و برگهای متفاوت در گروه آزمون  
شکل ۴. آزمون اعتبار متقاطع

از مجموع ۳۲۵۳ فرد مورد بررسی که شامل ۸۳۰۲ زن (۸۰٪) و ۵۸۴۱ مرد (۲۰٪) بودند، تعداد نفر از مردان (۵٪) و ۱۳۳ نفر از زنان (۵٪) در طول مدت پیگیری به دیابت مبتلا شدند که تفاوت معنی داری در میزان ابتلا بین این دو گروه مشاهده نشد ( $p = 0.5$ ). مقایسه عوامل خطر مرتبط با دیابت در دو گروه دیابتی و غیر دیابتی نشان داد که همه عوامل خطر غیر از فعالیت بدنی، حسنیت، سیگار کشیدن و HDL بر روی بروز دیابت تاثیر معنی داری داشتند. الگوریتم Anealing برای رگرسیون لجستیک منطقی با ۴ ترکیب بولی و ۵ متغیر مشمول در مدل، ترکیباتی به این صورت را یافت: داشتن اختلال تحمل قند ناشتا با نسبت شانس ۷/۵۹ (CI ۰/۵۳-۷/۰۳)، داشتن اختلال تحمل قند دوساعتی با نسبت شانس ۷/۴۹ (CI ۰/۴۵-۵/۰۳)، داشتن ساقه فامیلی دیابت با نسبت شانس ۲/۶۳ (CI ۱/۳۸-۲/۰۹) و داشتن تریگلیسرید بالا با نسبت شانس ۱/۸۹ (CI ۰/۹۶-۱/۰۳).

برای ارزیابی و مقایسه مدل منطقی بدست آمده، آماره انحراف و میزان حساسیت و ویژگی مدل محاسبه شد و با مقادیر حاصل از رگرسیون لجستیک معمولی که در آن فقط اثرات اصلی متغیرها وارد شد مقایسه شد. برای مقایسه صحت مدلها در پیش بینی بروز دیابت منحنی مشخصه عملکرد ROC<sup>۱۳</sup> برای هر کدام از آن هارسم و سطح زیر آنها محاسبه گردید. برای ارزیابی قابلیت تعمیم دهنده مدلها نیز، فواصل اطمینانی برای سطح

Receiver Operating Charastristic<sup>۱۳</sup>

کمر بزرگ داشتن با نسبت شانس (۳/۲۲ و ۱/۷۳) CI(۰/۹۵ و ۰/۸۲) و برای لجستیک پیشرو، حساسیت ۷۵٪ و ویژگی ۸۲٪ بدست آمد.



شکل ۵ نمایش درختی ترکیبات بولی یافت شده در مدل منطقی

کمر بزرگ داشتن با نسبت شانس (۳/۲۲ و ۱/۷۳) CI(۰/۹۵ و ۰/۸۲) و همه این ترکیبات با  $p$  - مقدار کمتر از ۱٪ معنی دار بودند. سه تا از ترکیبات به صورت اثر اصلی و یکی از آنها به صورت اثر متقابل «تری گلیسرید بالا یا دور کمر بالا» ظاهر شد که در جدول ۱ نشان داده شده است. نمایش درختی این مدل نیز در شکل ۵ آمده است. در این شکل درخت اول قند خون ناشتاپی بالا داشتن، درخت دوم که به صورت ترکیب متضاد ظاهر شده و سابقه فامیلی دیابت نداشتن را نشان می دهد، درخت سوم قند دو ساعته بالا داشتن و درخت چهارم دور کمر بالا داشتن یا تری گلیسرید بالا داشتن (که شامل حالت هر دو غیرنرمال باشد نیز می شود) را به عنوان ترکیبات بولی موثر بر دیابت نشان می دهند. متغیرهایی که با زمینه سیاه در درخت ظاهر شده اند در مدل به صورت نقیض آن متغیر تفسیر می شوند.

**متغیرها :** tolerance: family history diabetes (IFG: impaired triglyceride , IGT: impaired glucose , FH-DM fasting glucose, WC: waist circumference, TG: impaired : (IFG) نتایج آخرین گام رگرسیون لجستیک مرسوم پیشرو نیز شامل همین متغیرها ولی فقط با اثر اصلی شان بود(نتایج نشان داده نشده است). جدول مربوط به سطح زیر نمودار مدلها و فواصل اطمینان پارامتری و ناپارامتری نیز در جدول ۲ آمده است. در این فواصل به دلیل بالا بودن حجم نمونه، فواصل اطمینان مشابهی در دو روش مجانبی و Bootstrap مشاهده شد. آماره انحراف مدل لجستیک منطقی برابر  $120.3/3$  و برای مدل لجستیک پیشرو  $120.6/8$  محاسبه شد. برای مدل منطقی ۴ درختی، حساسیت مدل ۷۴٪ و ویژگی آن

### ۳ بحث و نتیجه گیری

علاوه بر رگرسیون منطقی، روش‌های ارزشمندی در ساختن قواعد دو حالتی وجود دارد از جمله درخت تصمیم، قواعد تصمیم، یادگیری ماشینی و ... ولی رگرسیون منطقی در مقایسه با سایر روش‌های تصمیم‌گیری برای متغیرهای دو حالتی، تنها روشی است که به دنبال ترکیبات بولی از متغیرهای دو حالتی در کل فضای حالت چنین ترکیباتی می‌باشد. قابلیت لحاظ کردن اثرات متقابل بین چندین متغیر در قالب یک عبارت بولی و تلخیص متغیرها به طوری که مدل نهایی همچنان قالب یک مدل رگرسیونی را داشته و ضرایب به سادگی تفسیر و آزمون می‌شوند از مزایای این روش نسبت به روش‌های موجود است [۱۵].

جدول ۱. ترکیبات بولی یافته شده با الگوریتم Annealing و ضرایب مربوط به هر کدام در مدل لجستیک منطقی با ۴ ترکیب بولی و ۵ متغیر برای پیش‌بینی بروز دیابت.

ترکیبات بولی	درخت	ضریب	خطای معیار	نسبت بخت	فاصله اطمینان ۹۵%		p-value
					حد بالا	حد پایین	
IFG	درخت ۱	۱/۷۱	۰/۱۶	۵/۵۲	۴/۰۳	۷/۵۹	۰/۰۰۱
(FH – DM) <sup>c</sup>	درخت ۲	–۰/۶۳	۰/۱۶	۰/۵۲	۰/۳۸	۰/۷۲	۰/۰۰۱
IGT	درخت ۳	۱/۶۹	۰/۱۶	۵/۴۵	۳/۹۶	۷/۴۹	۰/۰۰۱
TG v WC	درخت ۴	۰/۸۷	۰/۱۶	۲/۴۰	۱/۷۳	۳/۳۲	۰/۰۰۱
ثابت مدل	ثابت مدل	–۳/۸۵	۰/۱۸	۰/۰۲			۰/۰۰۱

جدول ۲ سطح زیر نمودار و فواصل اطمینان پارامتری و Bootstrap

مدل	سطح زیر نمودار ROC	خطای معیار	p-value	فاصله اطمینان ۹۵% با فرض		فاصله اطمینان ۹۵% با استفاده از		Bootstrap
				توزع نرمال	حد بالا	حد پایین	حد بالا	
رگرسیون لجستیک معمولی	۰/۸۳۹	۰/۰۱۶	۰/۰۰۱	۰/۸۰۸	۰/۸۷۱	۰/۸۰۸	۰/۸۶۹	
مدل منطقی با ۴ ترکیب بولی	۰/۸۴۳	۰/۰۱۵	۰/۰۰۱	۰/۸۱۲	۰/۸۷۴	۰/۸۱۳	۰/۸۷۲	

متغیرهای وارد شده در آخرین گام لجستیک معمولی متغیرهای ظاهرًاً متغیرها به صورت مستقل از هم در بروز دیابت نقش دارند. تنها اثر متقابل مشاهده شده در این مدل مربوط به دور کمر و تری گلیسرید است که در نظر گرفتن همین اثر متقابل نیز باعث کاهش آماره اتحراف مدل از ۱۲۰/۸۸ به ۱۲۰/۶ مدل منطقی حاصل از اثرات اصلی به ۱۲۰/۳۰۳ مدل منطقی و افزایش قدرت پیش‌بینی مدل شده است. سطح زیر نمودار مدل منطقی با ۵ متغیر برابر ۰/۸۴۳ و سطح زیر نمودار لجستیک حاصل از اثرات اصلی ۰/۸۳۹ می‌باشد. در مورد پیش‌بینی دیابت با رگرسیون لجستیک منطقی، نگران‌کننده نیست و آنچه مهم است اثرات اصلی همان متغیرهای مشمول در مدل منطقی با ۴ ترکیب منطقی و ۵ متغیر بودند با این تفاوت که در مدل لجستیک ۵ اثر اصلی وجود دارد در حالی که در مدل منطقی ۳ ترکیب به صورت اثر اصلی و یک ترکیب به صورت اثر متقابل (دور کمر یا تری گلیسرید) ظاهر شده است. با توجه به این تحلیل، شاید بتوان نتیجه گرفت که در مورد بروز دیابت با استفاده از عوامل خطر ذکر شده، وجود اثرات متقابل و لحاظ نکردن آنها چندان لجستیک حاصل از اثرات اصلی ۰/۸۳۹ می‌باشد.

نگران‌کننده نیست و آنچه مهم است اثرات اصلی همان متغیرهای مشمول در مدل منطقی با ۴ ترکیب منطقی با ۵ متغیر بودند با این تفاوت که در مدل لجستیک ۵ اثر اصلی وجود دارد در حالی که در مدل منطقی ۳ ترکیب به صورت اثر اصلی و یک ترکیب به صورت اثر متقابل (دور کمر یا تری گلیسرید) ظاهر شده است. با توجه به این تحلیل، شاید بتوان نتیجه گرفت که در مورد بروز دیابت با استفاده از عوامل خطر ذکر شده، وجود اثرات متقابل و لحاظ نکردن آنها چندان لجستیک حاصل از اثرات اصلی ۰/۸۳۹ می‌باشد.

به روش‌هایی مانند مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی دارد این است که کاملاً به شکل یکی از رگرسیون‌های موجود از جمله خطی، لجستیک یا کاکس، بسته به نوع مطالعه است و قابلیت تفسیر ضرایب، ارزیابی مدل با امتیازها و آماره‌های مربوط به نوع رگرسیون استفاده شده در آن وجود دارد. همچنین قابلیت لحاظ کردن اثرات متقابل بین چندین متغیر در قالب یک عبارت بولی و تلخیص متغیرها از مزایای این روش نسبت به روش‌های قبلی و فعلی است [۱۵].

#### قدرتانی:

در این تحقیق، از داده‌های طرح قند ولیپید تهران که توسط پژوهشکده علوم غددرون ریزو و متابولیسم دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی اجرا شده‌است، استفاده شد. بر خود لازم می‌دانیم از کلیه کسانی که در طراحی و جمع آوری داده‌های TLGS مشارکت داشتند نهایت قدردانی را به عمل آوریم.

این مقاله از پایان نامه کارشناسی ارشد آمار زیستی استخراج شده‌است [۱۷].

مطالعه مشابهی یافت نشد ولی در مطالعاتی که به بررسی قواعد تصمیم‌گیری در مورد دیابت پرداخته‌اند عوامل خطر مشابه با پژوهش حاضر بدست آمده است. از جمله ویلسون و هم‌کارانش [۲۰] در سال ۲۰۰۷ در مطالعه‌ای برای پیش‌بینی بروز دیابت در افراد بالای ۵۰ سال، عوامل خطر سن بالا، دور کمر بالا، سابقه فامیلی دیابت، اختلال تحمل قند ناشتا، تری گلیسرید بالا و HDL پایین را به عنوان متغیرهای پیش‌بین معرفی می‌کنند. در مطالعه دیگری که بارک و همکاران [۳] در سال ۱۹۹۸ انجام دادند نژاد، چاقی، بیماری‌های قلبی، تری گلیسرید بالا و اختلال تحمل قند ناشتا و دو ساعته را به عنوان عوامل موثر در بروز دیابت معرفی کردند.

دوحالته کردن متغیرهای تحقیق به صورت وجود و یا عدم وجود عامل خطر و ارائه مدلی با استفاده از این متغیرهای دوحالته از لحاظ بالینی و سادگی استفاده از آن بدون نیاز به اطلاعات جزئی افراد، حائز اهمیت و ارزش فراوان است. اختلاف مدل منطقی مشاهده شده با لجستیک معمولی کم است که حاکی از ناچیز بودن اثرات متقابل بین عوامل خطر دوحالته دیابت است.

هرچند یکی از محدودیت‌های رگرسیون منطقی ممکن است مشکل داده‌های گمشده باشد ولی مزیتی که نسبت

## مراجع

- [1] Azizi, F., Rahmani, M., et al.(2002), Cardiovascular risk factor in an Iranian urban population: Tehran lipid and glucose study(phase 1). *Social and Preventive Medicine*, 47,408-26

- [2] BREIMAN, L. (1996), Bagging Predictors. *Machine Learning* , 123-140
- [3] BURKE, J. P., HAFFNER, S. M. , et al.(1998), Reversion from type ۱diabetes to nondiabetic status. Influence of the 1997 American Diabetes Association criteria. *Diabetes Care*, 21, 1266-70
- [4] CAMERON, F. J., NORTHAM, E. ,et al.(2007), Routine Psychological Screening in Youth With Type ۱Diabetes and Their Parents. *Diabetes Care*, 30, 2716-2724
- [5] CLARK , P. , NIBLETT , T.(1989), The CN2 Induction Algorithm. *Machine Learning*, 3, 261-283
- [6] COFFIN, M. , SUKHATME, S.(1997), Receiver operating characteristic studies and measurement errors. *Biometrics* , 53(3), 823-37
- [7] COHEN, W. (1995),Fast Effective Rule Induction. *International Conference on Machine Learning*
- [8] COHEN, W., SINGER, Y.(1999), A Simple, Fast, and Effective Rule Learner. *in Proceedings of Annual Conference of American Association for Artificial Intelligence*
- [9] CORTES, C. , VAPNIK, V.(1995), Support—vector networks. *Machine Learning* , 20, 273-297
- [10] MEHTA,M. , AGRAWAL,R. , et al.(1996), SLIQ: A fast scalable classifier for data mining. *In Extending Database Technology* , 18-32
- [11] MEHRABI, Y., SARBAKHSH, P., et al.(2010), Prediction of Diabetes Using Logic Regression. *Iranian Journal of Endocrinology and Metabolism* , 12, 16-24
- [12] MICHALSKI R.S , M. I., HONG J, et al.(1986), The Multi—Purpose Incremental Learning System AQ15 and Its Testing Application to Three Medical Domains. *In Proceedings of AAAI* , 1041-1047
- [13] QUINLAN, J. R.(1986),Induction of Decision Trees. *Machine Learning*, 81-106

- [14] QUINLAN, J. R.(1992), Learning with Continuous Classes. *5 th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*
- [15] RUCZINSKI, I., KOOPERBERG,C. , et al.(2003),Logic Regression. *Journal of Computational and Graphical statistics*, 12(3):475-511
- [16] SALZBERG, S. L.(1994), C 4.5: Programs for Machine Learning by J Ross Quinlan. Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1993. *Machine Learning* , 16, 235-240
- [17] SARBAKHSH , P. (2009), Logic regression and its application in predicting diabetes among 20year old and over population in district 13 of Tehran. *MSc thesis in Biostatistic. Tehran, Shahid Beheshti University of Medical Sciences;*
- [18] TORGÓ, L. , GAMA, J.(1996), Regression by Classification. *Brazilian Symposium on Artificial Intelligence*
- [19] WEISS , M. , INDURKHYA , N. (1993), Optimized Rule Induction. *IEEE Expert: Intelligent Systems and Their Applications* , 8, 61-69
- [20] WILSON, P. W. F., MEIGS, J. B., , et al.(2007), Prediction of Incident Diabetes Mellitus in Middle—aged Adults: The Framingham Offspring Study. *Arch Intern Med* , 167, 1068-1074.
- [21] WU, B.(1992), An introduction to neural networks and their applications in manufacturing. *Journal of Intelligent Manufacturing* 3,391-403.