عواقب نادیده گرفتن کوواریانسها

منوچهر خردمندنیا*

بعضاً مشاهده می‌شود که محقّقان، اطلاعات چندمتغیرهٔ خویش را به مجموعه‌ای از اطلاعات یک متغیره تبدیل نموده متغیرها را یکی‌یکی و با روشهای یک متغیره مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهند. این کار به معنی دور ریختن بخش مهمی از اطلاعات است که در کوواریانس بین متغیرها نهفته و ممکن است منجر به نتیجه‌گیریهای گمراه کننده شود.

برای روشن نمودن این موضوع به طور تصادفی $n = ۶۴$ نفر از دانشجویان مذکر دانشگاه اصفهان را انتخاب کرده وزن ($X_۱$) و قد ($X_۲$) آنها را سئوال نمودیم. به این ترتیب بردار میانگین و ماتریس کوواریانس زیر مشاهده شدند:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_۱ \\ \bar{x}_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶۷/۹ \\ ۱۷۱/۵ \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{۱۱} & S_{۱۲} \\ S_{۲۱} & S_{۲۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۱۱/۵ & ۵۵ \\ ۵۵ & ۱۱۳/۴ \end{bmatrix}$$

براساس این داده‌ها فرض

$$H_۰ : \mu = (۶۶, ۱۷۴)^T$$

در مقابل

$$H_۱ : \mu \neq (۶۶, ۱۷۴)^T$$

قویاً رد می‌شود زیرا

$$t^۲ = n(\mathbf{x} - \mu_۰)^T S^{-۱}(\mathbf{x} - \mu_۰) = ۱۰/۸۴ > ۱۰/۰۹$$
$$= \frac{(n-۱)p}{n-p} F_{۰/۰۱}(۲, ۶۲)$$

که در آن $t^۲ = ۱۰/۸۴$ مقدار مشاهده شده آمار هتلینگ $T^۲$ است (نگاه کنید به [1]) و $p = ۲$ تعداد متغیرها است. ولی هر یک از دو فرض صفر $H_۰ : \mu_۱ = ۶۶$ و $H_۰ : \mu_۲ = ۱۷۴$، با توجه به اینکه

$$|t| = \left|\frac{۶۷/۹ - ۶۶}{\sqrt{۱۱۱/۵/۶۴}}\right| = ۱/۴۴ < ۲,$$

$$|t| = \left|\frac{۱۷۱/۵ - ۱۷۴}{\sqrt{۱۱۳/۴/۶۴}}\right| = ۱/۸۸ < ۲$$

در مقابل فرض دو طرفه متناظرشان در سطح ۰/۰۵ پذیرفته می‌شوند!

مراجع

[1] Johnson, R. A. and Wichern, D. W. (1988) Applied Multivariate Analysis, Prentice Hall International, Inc.

*) منوچهر خردمندنیا، گروه آمار، دانشگاه اصفهان

[Downloaded from irstat.ir on 2024-10-21]