رویکردهای ابتکاری در رگرسیون فازی

سید محمود طاهری[۱]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۶/۲۵
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۵/۲

چکیده:

در موضوع رگرسیون فازی (به سخن دقیق‌تر: رگرسیون در محیط فازی) دو رویکرد اصلی وجود دارد: رویکرد مبتنی بر کمترین مجموع فاصله‌ها (شامل دو شیوهٔ کلی: کمترین مجموع مربعات و کمترین مجموع انحرافات) و رویکرد امکانی (رویکرد کمترین ابهام کُل تحت برخی قیود). در کنار این دو رویکرد اصلی، روش‌های ابتکاری متعددی در موضوع رگرسیون فازی پیشنهاد شده‌اند. برخی از این روش‌ها بر پایهٔ ترکیب دو رویکرد بالا هستند. برخی از روش‌های ابتکاری بر اساس الگوریتم‌های محاسباتی خاص هستند. برخی دیگر، از سیستم‌های استنتاج فازی استفاده می‌کنند.

برخی روش‌ها نیز بر اساس خوشه‌بندی است. به کارگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی، الگوریتم‌های تکاملی و یا شیوه‌های ناپارامتری از دیگر رویکردهای مورد استفاده است. در این مقاله، ضمن اشاره به تاریخچه و مبانی دو رویکرد کلاسیک به رگرسیون فازی (رویکرد کمترین مجموع فاصله‌ها و رویکرد امکانی)، برخی روش‌های ابتکاری در رگرسیون فازی، معرفی و بررسی کوتاه می‌شوند. نیز، ده ملاک (معیار) برای ارزیابی مدل‌های رگرسیون فازی مطرح می‌گردد که طبق آنها بتوان روش‌ها و مدل‌های مختلف را ارزیابی و مقایسه نمود.

واژه‌های کلیدی: کمترین مجموع خطاها، رگرسیون امکانی، روش‌های ابتکاری، خوشه‌بندی، پهناهای متغیر.

۱ مقدمه و تاریخچه

پس از معرفی نظریه مجموعه‌های فازی توسط پروفسور لطفی علی عسگر زاده، دانشمند ایرانی تبار، در سال ۱۹۶۵، موضوع مدل‌سازی و تحلیل رگرسیونی در محیط فازی مورد توجه پژوهشگران علوم نظری و کاربردی قرار گرفته است. نخست گفتنی است که منظور از مدل‌سازی و تحلیل رگرسیونی در محیط فازی عبارت است از همه وضعیت‌هایی که در آنها دست‌کم یکی از سه مؤلفه

الف) متغیرهای مورد مطالعه (یا مشاهدات آنها)،

ب) پارامترهای مدل،

پ) جملهٔ خطا.

فازی باشند. البته می‌توان به سه مؤلفه بالا موارد دیگری را نیز افزود. برای مثال اگر مدل‌سازی در چارچوب نظریهٔ تصمیم انجام شود، ممکن است تابع زیان، یک تابع فازی-مقدار باشد.

در موضوع رگرسیون در محیط فازی (زین پس، به‌کوتاهی: رگرسیون فازی) دو رویکرد اصلی وجود داشته و دارد: رویکرد مبتنی بر کمترین مجموع فاصله‌ها و رویکرد امکانی (رویکرد کمترین ابهام کُل مدل، تحت برخی قیود). رویکرد نخست، یک تعمیم طبیعی از رویکرد کلاسیک کمترین مجموع فاصله‌ها (به‌ویژه، رویکرد کمترین مجموع مربعات) است و مبتنی بر تعمیم مفهوم فاصله است. در این رویکرد، مفهوم فاصله بین اعداد حقیقی به مفهوم فاصله بین اعداد فازی تعمیم می‌یابد و در محاسبه مجموع توان دوم خطاها (یا مجموع قدر مطلق‌های خطاها) استفاده می‌شود. رویکرد دوم، مبتنی بر کمترین ابهام کل مدل (تحت برخی قیود در مورد اعتبار مدل) است. در این رویکرد، موضوع براورد پارامترهای مدل، تبدیل به یک مسالهٔ

[۱] عضو هیئت دانشکده فنی، دانشگاه تهران، ایران

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

برنامه‌ریزی خطی یا غیرخطی می‌شود که با حل آن، پارامترهای مورد نظر براورد می‌گردند.

با گذشت زمان، توانایی‌های نظری و کاربردی هر یک از دو رویکرد (و نیز انواع نسخه‌های تعدیل / تصحیح یافتهٔ آنها) آشکار شده است. در کنار این دو رویکرد اصلی، روش‌های ابتکاری متعددی نیز در موضوع رگرسیون فازی پیشنهاد شده‌اند، که البته برخی از این روش‌ها بر پایهٔ ترکیب دو رویکرد بالا هستند. برخی از روش‌های ابتکاری نیز بر اساس الگوریتم‌های محاسباتی خاص هستند. برخی دیگر، از سیستم‌های استنتاج فازی استفاده می‌کنند. در برخی از روش‌ها، مسئله رگرسیون فازی به چند زیر مسئله تقسیم می‌شود، که با حل آنها، مسالهٔ اصلی حل و فصل می‌گردد. در برخی روش‌ها نیز از شبکه‌های عصبی مصنوعی یا الگوریتم‌های تکاملی استفاده می‌شود. از دید کلی، وجه قوت روش‌های ابتکاری، توانایی‌های آنها در مسئله‌های (زمینه‌های) خاص است.

در این مقاله، ضمن مرور کوتاه دو رویکرد کلاسیک (رویکرد امکانی و رویکرد کمترین مجموع فاصله‌ها) برخی روش‌های ابتکاری در رگرسیون فازی، معرفی و به‌کوتاهی بررسی می‌شوند. به‌این ترتیب که، در بخش دوم تاریخچهٔ کوتاه و ایده‌های اصلی دو رویکرد کلاسیک و برخی تعمیم‌ها و تصحیح‌های آنها مرور می‌شوند. در بخش سوم و اصلی مقاله، تعدادی از مهم‌ترین روش‌ها رویکردهای ابتکاری در موضوع رگرسیون فازی معرفی و به اختصار بررسی می‌گردند. در بخش چهارم ملاک‌ها و معیارهای اصلی در بررسی کارایی مدل‌های رگرسیون فازی پیشنهاد می‌شوند و اشاره می‌شود که، بر حسب هر معیار، کدام روش‌ها کارایی و مزیت بیشتری دارند. آشکار است که بررسی دقیق این روش‌ها و مقایسهٔ کامل آنها نیاز به مجال و مقال گسترده‌تری دارد.

۲ دو رویکرد کلاسیک (استاندارد) به رگرسیون فازی

دو رویکرد کلاسیک به موضوع رگرسیون در محیط فازی وجود دارد که رویکرد رگرسیون امکانی و رویکرد کمترین مجموع خطاها هستند. در این بخش، به‌کوتاهی و برای مقایسه با روش‌های ابتکاری، تاریخچه و ایده‌های اصلی این دو رویکرد را بیان می‌کنیم.

۱.۲ رگرسیون امکانی

رگرسیون امکانی نخستین بار توسط تاناکا و همکاران [۴۸] در سال ۱۹۸۲ معرفی شد. مدل آنها یک مدل با ضرایب فازی بود که برای مدل‌سازی داده‌های ورودی-خروجی دقیق پیشنهاد شد. براورد پارامترهای فازی مدل (اعداد فازی مثلثی) با حل یک مسالهٔ برنامه‌ریزی خطی به دست می‌آید که در آن، تابع هدف که باید کمینه شود، مجموع پهناهای ضرایب است و قیود مربوط طوری تنظیم می‌شوند که مقدار مشاهده شدهٔ متغیر وابسته (پاسخ) با یک درجهٔ خاص عضو مجموعه فازیِ براورد شده باشد. چون تابع عضویت مجموعه‌های فازی اغلب به‌عنوان توزیع‌های امکانی توصیف می‌شوند، لذا این رویکرد را رگرسیون امکانی می‌نامند. رویکرد اولیهٔ تاناکا و همکاران، مورد بررسی و نقد بسیار قرار گرفت و البته، همراه با اصلاحات و گسترش‌ها، اساس بسیاری از مطالعات در حوزهٔ رگرسیون فازی شد. برای بررسی بیشتر این رویکرد و برخی گسترش‌های آن به میرزایی یگانه و ارقامی [۸]، طاهری و ماشین‌چی [۵]، حسن‌پور و همکاران [۲۷] و حسین‌زاده و همکاران [۲۹] مراجعه کنید. در یک ارزیابی کلی، می‌توان گفت که روش‌های رگرسیون امکانی، مناسب مدل‌سازی داده‌های کم اندازهٔ هستند (برخی توسعه‌های آن برای داده‌های حجیم نیز مناسب اند)، توجیه منطقی مناسبی دارند، و به مفروضات خاصی نیاز ندارند. از سوی دیگر، این روش‌ها نسبت به داده‌های پرت حساس هستند (البته در برخی توسعه‌های آن این مشکل رفع شده است). روش‌های رگرسیون امکانی، این مزیت را نیز دارند که در آنها، اساسا و فقط از روش‌ها و مفاهیم ریاضیات فازی استفاده می‌شود. به سخن دیگر، این گونه نیست که ابتدا چند روش (معیار / مفهوم) کلاسیک در نظر گرفته شوند و سپس این روش‌ها (معیارها / مفاهیم) به محیط فازی تعمیم داده شوند، بلکه اساس و مبنای رگرسیون امکانی، برگرفته از نظریهٔ امکان و ریاضیات فازی است.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

۲.۲ رگرسیون کمترین مجموع فاصله‌ها

رویکرد دیگر به رگرسیون در محیط فازی، رویکرد کمترین مجموع فاصله‌ها است که شامل دو رویکرد اصلی یعنی رویکرد کمترین مجموع مربعات و رویکرد کمترین مجموع انحرافات است. رویکرد کمترین مربعات فازی نخستین بار توسط کلمینس [۱۴] و دیاموند [۲۳] در سال‌های ۱۹۸۷ و ۱۹۸۸ معرفی شد. این رویکرد تعمیم رویکرد کمترین مربعات کلاسیک است و در واقع مبتنی بر تعمیم مفهوم فاصله بین اعداد حقیقی به مفهوم فاصله بین اعداد فازی است. مقالات کیم و همکاران [۳۲] و لی و همکاران [۳۳] (هر دو چاپ‌شده در سال ۲۰۱۶) نمونه‌هایی از پژوهش‌های جدید در این زمینه است. گفتنی است، حدود یک دهه است که رویکرد کمترین مربعات برای مدل‌سازی رگرسیونی در محیط فازی بازه‌ای-مقدار (مبهم / فازی شهودی) نیز به کار گرفته شده است. برای نمونه می‌توان به مطالعات ربیعی و همکاران [۴۲] و عارفی و طاهری [۱۱] اشاره نمود که در آنها مشاهدات متغیرهای ورودی و مشاهدات متغیر خروجی و نیز ضرایب مدل، همگی اعداد فازی بازه‌ای - مقدار هستند. شایان ذکر است که، مشابه با حالت معمولی، رگرسیون کمترین مربعات فازی نیز نسبت به داده‌های پرت حساس است. برای رفع این مشکل، مدل‌های رگرسیون مبتنی بر قدر مطلق خطاها (انحراف) معرفی شده‌اند. (برای نمونه کلکین‌نما و طاهری [۳۱] و نامداری و همکاران [۳۸] را ببینید.) در مجموع، مدل‌های کمترین مجموع مربعات در بسیاری از مسائل (به‌جز مسائل با داده پرت) و مدل‌های کمترین مجموع انحرافات نیز در بسیاری از مسائل به‌ویژه مسائل شامل داده پرت (برای مثال، صدیقین [۴] را ببینید)، توانایی‌های خوبی دارند. البته برخی از روش‌های کمترین مربعات و بیشتر روش‌های کمترین انحرافات، مستلزم محاسبات بسیار هستند. به‌ویژه، در روش‌های کمترین انحرافات، در نظر گرفتن حالت‌های مختلف برای علامت ضرایب مدل و تجزیه عبارت‌های قدر مطلق، محاسبات را دشوارتر می‌کند.

گفتنی است رگرسیون کمترین مجموع انحرافات، به بیانی، در رده‌ای بزرگ موسوم به رگرسیون‌های استوار قرار دارد. در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی در زمینهٔ رگرسیون استوار در محیط فازی انجام شده است که می‌توان به پژوهش دورسو و همکاران [۲۵] (رگرسیون استوار فازی مبتنی بر ترکیبی از دو معیار کمترین مربعات فاصله از میانه و کمترین مربعات وزنی) و پژوهش چاچی و روزبه [۱۷] (رگرسیون کمترین مربعات فازی مبتنی بر میانگین پیراسته) اشاره نمود.

۳ رویکردهای ابتکاری

در کنار (همراه با) دو رویکرد بالا به رگرسیون فازی، روش‌های ابتکاری متعددی نیز مطرح شده است. این روش‌ها را، همراه با یک دسته‌بندی نادقیق، مرور می‌کنیم.

۱.۳ روش‌های تلفیقی

در برخی پژوهش‌های ابتکاری، پیشنهاد شده است که در یک مرحله (بخش) از مدل‌سازی، از رویکرد امکانی استفاده شود و در مرحله (بخش) دیگر رویکرد کمترین مربعات به کار گرفته شود. نخستین تحقیقات در این باره پژوهش‌های کاویچ و پدریچ [۱۳] و تاناکا و لی [۴۷] است. تفاوت دو رویکرد بالا این است که در روش کاویچ و پدریچ، که روشی دو مرحله‌ای است، نخست مراکز ضرایب مدل به روش کمترین مربعات براورد می‌شوند و سپس پهناهای ضرایب به روش امکانی به دست می‌آیند. در حالی که در روش تاناکا و لی، مراکز و پهناهای مدل، هم‌زمان و با در نظر گرفتن یک تابع هدف براورد می‌شوند که این تابع هدف شامل دو مؤلفه، یکی مجموع توان دوم خطاهای براورد و دیگری ابهام کل مدل، است. در این زمینه بررسی‌های ترکیان [۲] که شامل چند بررسی مقایسه‌ای و معرفی چند روش تلفیقی (مبتنی بر تعاریف مختلف برای فاصله بین اعداد فازی است) شایان توجه است.

۲.۳ مدل با پهناهای متغیر

یک مشکل در برخی از مدل‌های رگرسیونی فازی، پهناهای متغیر است. به‌این معنی که پهنای (ابهام) داده‌های فازی ثابت نیست و بسا که اساسا از یک روند خاص پیروی نمی‌کند. این موضوع باعث می‌شود که دقت/کارایی مدل رگرسیونی کاهش

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

یابد. برای رفع این دشواری، روش‌های ابتکاری خاصی پیشنهاد شده است. در این روش‌ها، یک جملهٔ خطای فازی (با پهنای متغیر / منعطف) در مدل منظور می‌شود، به‌این ترتیب که به‌ازای هر مشاهدهٔ فازی، این جملهٔ خطا یک عدد فازی با پهنای خاص است. در عمل، پس از برازش مدل مناسب به مجموعه داده‌ها، می‌توان مقدار متغیر خروجی را به‌ازای مشاهده جدید پیش‌بینی نمود و سپس با استفاده از یک سیستم استنتاج فازی، مقدار خطای پیش‌بینی را محاسبه کرد. این رویکرد توسط چن و دانگ [۲۰] و لو و وانگ [۳۴] مطرح شده است. همچنین چاچی و همکاران [۱۵] یک مدل ترکیبی (ترکیب ایدهٔ مدل با پهناهای متغیر و ایدهٔ رگرسیون اسپلاین) معرفی نمودند و ضمن به کارگیری آن در هیدرولوژی، کارایی مدل ترکیبی را، بر اساس دو معیار نیکویی برازش، نشان دادند. برای مرور و بررسی مدل‌های با پهناهای متغیر، به مقدس [۷] مراجعه کنید.

۳.۳ روش‌های مبتنی بر قواعد فازی

اگر در یک مدل رگرسیونی، مشاهدات متغیرهای مستقل و وابسته را به‌عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم استنتاج فازی مبتنی بر قواعد اگر-آنگاه[۲] بنگریم، به رویکرد متفاوتی در رگرسیون فازی می‌رسیم. این رویکرد منجر به یک مدل خاص و مشهود که رابطه بین متغیرها را آشکارا بیان کند نمی‌شود، ولی توانایی پیش‌بینی متغیر وابسته را که از اهداف اصلی مدل‌سازی رگرسیونی است دارد. برای نمونه‌هایی ازین رویکرد به ماشین‌چی [۶] و چاکرابورتی و چاکرابورتی [۱۸]، و برای دو کار جدید، رودریگوئز و همکاران [۴۳] و مندل [۳۶] را ببینید.

۴.۳ روش‌های مبتنی بر خوشه‌بندی

برای مدل‌سازی بهتر داده‌های ناهمگن، گاه بهتر است که نخست داده‌ها خوشه‌بندی شوند و سپس از یک روش رگرسیونی برای مدل‌سازی استفاده شود. برای نمونه، یانگ و کو [۵۰] روشی را پیشنهاد کرده‌اند که در آن از یک مدل‌سازی وزنی دو مرحله‌ای استفاده شده است، که از درجهٔ عضویت هر مشاهده در هر خوشه به‌عنوان وزنِ مشاهده استفاده می‌شود. همچنین یانگ و لین [۴۹] رگرسیونِ کمترین مربعات با خوشه‌بندی را برای مدل با ورودی/خروجی/ضرایب فازی به دو روش، یکی با استفاده از روابط تقریبی برای ضرب اعداد فازی و دیگری بر اساس برش‌های حاصل‌ضرب اعداد فازی ارائه نمودند. یانگ و لیو [۵۲] یک مدل رگرسیونی فازی (با اثر متقابل) مبتنی بر خوشه‌بندی، با هدف استواری مدل در برابر داده‌های پرت، مطرح نمودند. پیترز [۴۰] روش خوشه‌بندی-رگرسیون را به‌منظور یافتن یک مدل پیش‌بینی و کاربرد آن در تحلیل داده‌های اقتصادی بررسی نموده است. چاچی و همکاران [۱۶] رگرسیون مبتنی بر اسپلاین‌های تطبیقی چندگانه (نوعی رگرسیون بر اساس خوشه‌بندی) را در محیط فازی معرفی نمودند و از آن در براورد بار معلق رودخانه‌ها (یک مسالهٔ رایج در هیدرولوژی) استفاده نمودند. عارفی [۱۲] رویکرد رگرسیون خوشه‌ای را برای حالتی که مشاهدات متغیر وابسته به‌صورت اعداد فازی بازه‌ای - مقدار هستند گسترش داده است.

۵.۳ روش‌های الگوریتمی

ماشین‌چی و همکاران [۳۵] یک روش بهینه‌سازی ابتکاری بر اساس شیوهٔ جستجوی تابو و شیوهٔ جستجوی هارمونی به‌منظور دست‌یابی به یک مدل رگرسیونی فازی معرفی نمودند. در بارهٔ سابقه این روش در رگرسیون می‌توان به درزنر و همکاران [۲۴] اشاره نمود.

۶.۳ روش‌های ناپارامتری

هر چند، تمرکز این مقاله، مرور مدل‌های رگرسیون پارامتری فازی است، ولی بجاست به چند پژوهش جدید در رگرسیون ناپارامتری فازی اشاره کنیم. هونگ و همکاران [۲۸] و فرنوش و همکاران [۲۶] روش رگرسیون ریج را برای استفاده در محیط فازی تنظیم و تدوین نموده‌اند. یک مدل رگرسیونی ناپارامتری فازی توسط وانگ و همکاران [۴۷] بررسی شده است که مبتنی بر رویکرد کمترین مربعات است. به‌تازگی جونگ و همکاران [۳۰] بر اساس ایدهٔ تبدیل رتبه، یک مدل رگرسیونی

[۲] If-Then Rules

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

با ورودی/خروجی فازی معرفی نموده‌اند. گفتنی است که ایدهٔ تبدیل رتبه در رگرسیون ناپارامتری آماری، با هدف استواری مدل نسبت به داده پرت و نیز شکل توزیع جملهٔ خطا به کار می‌رود. آنها در بررسی خود، از یک معیار جدید نیز برای ارزیابی مدل استفاده نموده‌اند که ترکیبی از دو معیار شباهت (انطباق) و فاصله است. دانش و همکاران [۲۲] یک روش مدل‌سازی رگرسیون ناپارامتری فازی را بر اساس یک سیستم استنتاج عصبی-فازی گسترش داده‌اند. انگرز و دلامپادی [۱۰] یک مدل رگرسیونی ناپارامتری بیزی را با استفاده از مجموعه‌های فازی معرفی نموده‌اند. داوودآبادی، با به کارگیری موجک ها، رگرسیون ناپارامتری فازی را مطالعه نموده است [۳].

۷.۳ رگرسیون لوژستیک در محیط فازی

گر چه بیشتر بررسی‌ها در رگرسیون فازی، متمرکز بر رگرسیون خطی بوده است، ولی پژوهش‌هایی نیز در زمینه رگرسیون‌های غیرخطی انجام شده است. به‌ویژه مطالعاتی از حدود یک دهه قبل در حوزه رگرسیون لوژستیک در محیط فازی انجام گرفته است. میرزایی یگانه و طاهری [۳۷] مدل رگرسیونی لوژستیک بازه‌ای را معرفی نمودند و برای نخستین بار مفهوم بخت امکانی را مطرح کردند. پوراحمد و همکاران [۳۹] با ارائه یک مدل لوژستیک فازی با متغیر پاسخ فازی، کاربرد آن‌را در مدل‌سازی اثر ریسک فاکتورهای بیماری دیابت بررسی نمودند (نیز ر ک به [۱]). نامداری و همکاران [۳۸] مدل رگرسیونی لوژستیک فازی را بر اساس معیار کمترین قدر مطلق خطاها به دست آوردند و کاربردهای آن را در بررسی بیماری لوپوس و نیز در بررسی رژیم غذایی کودکان بررسی نمودند. سون و همکاران [۴۴] با تشریح نوع خاصی از رگرسیون لوژستیک فازی، کاربرد آن را در برخی مسائل اقتصادی و مالی، هنگامی که اطلاعات متغیرهای ورودی و خروجی مدل، فازی هستند، مطالعه نمودند.

۸.۳ برخی از دیگر روش‌ها

اکبری و همکاران [۹] در زمینهٔ براورد ضرایب مدل رگرسیونی با داده‌های فازی یک روش خودگردان معرفی نموده‌اند. یک شیوه براورد مبتنی بر ماکسیمم آنتروپی توسط چیاولینو و کالکاگنی [۲۱] برای مدل رگرسیونی فازی با داده‌های فازی بررسی شده است. طاهری و همکاران [۴۶] یک مدل رگرسیونی مارکفی را، که بتوان طبق آن، همبستگی بین مقادیر متغیر پاسخ را در نظر گرفت، معرفی و کاربرد آن را در یک بیماری خاص مطالعه نموده‌اند. سو و همکاران [۴۵]، با معرفی توسیعی از الگوریتم EM شواهدی، مدل‌سازی رگرسیون خطی و غیرخطی را بر اساس داده‌های فازی و در چارچوب تابع باور (اعتقاد) فازی مطالعه نموده‌اند. اوزلکان و دوک اشتاین [۳۹] با تدوین یک مسالهٔ برنامه‌ریزی چندهدفه، یک چارچوب کلّی برای موضوع رگرسیون فازی پیشنهاد داده‌اند که از مزایای آن، مصالحه بین تأثیر داده‌های پرت و ابهام مدل است. آنها کاربرد و کارایی رویکرد پیشنهادی را در مسئله‌ای از هیدرولوژی بررسی نموده‌اند.

۴ ملاک‌های ارزیابی

با ملاک‌ها و شاخص‌های گوناگونی می‌توان روش‌ها و مدل‌های رگرسیون فازی را ارزیابی نمود. از نظر نگارنده، ملاک‌های

الف) برازش مناسب به داده‌ها

ب) توانایی پیش‌بینی

پ) حساسیت نسبت به نقاط پرت

ت) زمان محاسبات (پیچیدگی محاسباتی)

ث) کاربردپذیری

ج) توجیه و تبیین منطقی

چ) داشتن روشی برای انتخاب (تعیین / ترتیب) متغیرهای مؤثر

ح) حساسیت نسبت به داده‌های ناهمگن

خ) حساسیت نسبت به داده‌های با پهناهای (ابهام‌های) متغیر

د) انتخاب فاصلهٔ مناسب (برای اندازه‌گیری فاصله بین اعداد فازی)

ذ) توانایی مواجهه با داده‌های با اندازهٔ کم و داده‌های با اندازهٔ بالا

(بسا که بتوان به فهرست ده‌گانه بالا باز هم افزود.)

ملاک‌های مهم هستند. البته میزان اهمیت این ملاک‌ها در هر مسئله بستگی به نظر کاربر، موضوع مورد مطالعه، نوع داده‌ها

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

و هدف مطالعه دارد.

در بخش‌های پیش، به توانایی‌ها و مزیت‌های هر روش/رویکرد اشاره کردیم. با توجه به ملاک‌های ده‌گانه بالا، نمی‌توان یک روش/رویکرد را برای همهٔ وضعیت‌ها و حالت‌ها توصیه نمود. با توجه به سه موضوع

۱. زمینه (بستر) مورد مطالعه

۲. نوع داده‌ها (مشاهدات)

۳. هدف مطالعه (مدل‌سازی، پیش‌بینی، کنترل)

کاربر باید روش مناسب را برای مدل‌سازی و تحلیل رگرسیونی در پیش گیرد.

گفتنی است که تا کنون، چند مطالعهٔ مقایسه‌ای بین مدل‌های رگرسیون فازی، بر اساس برخی از ملاک‌های بالا انجام شده است. برای نمونه، چانگ و ایوب [۱۹] و کلکین‌نما و طاهری [۳۱] را ببینید.

۵ بحث و نتیجه‌گیری

مدل‌سازی و تحلیل رگرسیونی در محیط فازی روندهای گوناگونی داشته است. افزون بر دو رویکرد کلاسیک (رگرسیون امکانی و رگرسیون کمترین مجموع فاصله‌ها) در دو دههٔ اخیر همراه با گسترش روش‌های محاسباتی/عددی/الگوریتمی و نیز استفاده از رویکردهای چندرشته‌ای، روش‌های ابتکاری متعدد در این حوزهٔ علمی معرفی شده است. این روش‌ها دارای توانایی‌های ویژه در پژوهش‌های موردی، و البته به همین دلیل محدودیت‌هایی نیز در کاربرد، دارند. برای استفادهٔ مناسب از این روش‌ها، باید به حوزه/بستر کار و نوع داده‌ها و نیز هدف مطالعه توجه نمود و سپس روش خاص و مناسب را به کار گرفت.

گفتنی است که، در این مقالهٔ کوتاه، تاکید بر مرور روش‌های رگرسیون در محیط صرفا فازی بود. لذا به رویکردهای ترکیبی مانند فازی-تصادفی، فازی-عصبی و فازی-تکاملی پرداخته نشد. بررسی این رویکردها نیازمند مطالعه‌ای جداگانه است.

مراجع

[۱] پور احمد، س.، آیت‌اللهی، م.، طاهری، س.م.، حبیب آگهی، ز. (۱۳۹۱)، مدل‌سازی موقعیت‌های مبهم تشخیص در پزشکی با استفاده از رگرسیون لوژستیک به روش کمترین مربعات فازی، سری سیستم‌های فازی و محاسبات نرم (جلد ۲: مباحثی در آمار و احتمال فازی)، انتشارات انجمن سیستم‌های فازی ایران و موسسهٔ انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، صص ۴۴-۱۹.

[۲] ترکیان، ف. (۱۳۹۱). رگرسیون خطی بر اساس داده‌های فازی فاصله‌ای - مقدار، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آمار، دانشکده علوم ریاضی و آمار، دانشگاه بیرجند.

[۳] داوودآبادی، م.ج. (۱۳۹۴). رگرسیون فازی ناپارامتری با استفاده از موجک ها، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آمار، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

[۴] صدیقین، س. (۱۳۹۰). تشخیص و بررسی نقاط پرت در مدل‌های رگرسیون فازی، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[۵] طاهری، س.م.، ماشین‌چی م. (۱۳۹۲). مقدمه‌ای بر احتمال و آمار فازی، چاپ دوم، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان.

[۶] ماشین‌چی، م. (۱۳۷۹). رگرسیون با استفاده از پایگاه اطلاعاتی مشکّک، اندیشهٔ آماری، **۹**، ۱۹-۱۳.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

[۷] مقدس، م. (۱۳۹۳). رگرسیون فازی با پهناهای متغیر در جملات خطا، پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد.

[۸] میرزایی یگانه، ش.، ارقامی ن.ر. (۱۳۸۶). رگرسیون فازی: مروری بر چند رویکرد، اندیشهٔ آماری، **۲۳**، ۴۷-۳۵.

[9] Akbari M.G., Mohammadalizadeh R. and Rezaei M. (2012), Bootstrap statistical inference about the regression coefficients based on fuzzy data, *International Journal of Fuzzy Systems*, **14**, 549-556.

[10] Angers J.F. and Delampady M. (2008), Fuzzy sets in nonparametric Bayes regression, *IMS (Institute of Mathematical Statistics) Collections*, **3**, 89-104.

[11] Arefi M. and Taheri S.M. (2015), Least-squares regression based on Atanassov's intuitionistic fuzzy inputs-outputs and Atanassov's intuitionistic fuzzy parameters, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **23**, 1142-1154.

[12] Arefi M. (2016), Clustering regression based on interval-valued fuzzy outputs and interval-valued fuzzy parameters, *International Journal of Fuzzy Systems*, **30**, 1331-1337.

[13] Cavic D. and Pedrycz D. (1991), Evaluation of fuzzy regression models, *Fuzzy Sets and Systems*, **39**, 51-63.

[14] Celmins A. (1987), Least squares model fitting to fuzzy vector data, *Fuzzy Sets and Systems*, **22**, 260-269.

[15] Chachi J., Taheri S.M. and Arghami N.R. (2014), A hybrid fuzzy regression model and its application in hydrology engineering, *Applied Soft Computing*, **25**, 149-158.

[16] Chachi J., Taheri S.M. and Rezaee Pazhand H. (2016), Suspended load estimation using L1-fuzzy regression, L2-fuzzy regression and MARS-fuzzy regression models, *Hydrological Sciences Journal*, **61**, 1489-1502.

[17] Chachi J. and Roozbeh M. (2017), A fuzzy robust regression approach applied to bedload transport data, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **46**, 1703-1714.

[18] Chakraborti C. and Chakraborti D. (2008), Fuzzy linear and polynomial regression modelling of If-Then fuzzy rulebase, *International Journal of Fuzzy Systems*, **16**, 659-671.

[19] Chang Y.O. and Ayyub B.M. (2001), Fuzzy regression methods - a comparative assessment, *Fuzzy Sets and Systems*, **119**, 187-203.

[20] Chen S.P. and Dang J.F. (2008), A variable spread fuzzy linear regression model with higher explanatory power and forecasting accuracy, *Information Sciences*, **178**, 3973-3988.

[21] Ciavelino E. and Calcagni A. (2016), A generalized maximum entropy (GME) estimation approach to fuzzy regression model, *Applied Soft Computing*, **38**, 51-63.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

[22] Danesh S., Farnoosh R. and Razzaghnia T. (2016), Fuzzy nonparametric regression based on an adaptive neuro-fuzzy inference system, *Neorocomputing*, **173**, 1450-1460.

[23] Diamond P. (1988), Fuzzy least squares, *Information Sciences*, **46**, 14-157.

[24] Drezner Z., Marcoulides G.A. and Salhi S. (1999), Tabu search model selection in multiple regression analysis, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **28**, 349-367.

[25] D'Urso P., Massari R., and Santoro A. (2011), Robust fuzzy regression analysis, *Information Sciences*, **181**, 4154-4174.

[26] Farnoosh R., Ghasemian J. and Soleymani Fard A. (2012), A modification on ridge estimation for fuzzy nonparametric regression, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, **9**, 75-88.

[27] Hasanpour H., Maleki H.R. and Yaghoubi M.A. (2010), Fuzzy linear regression model with crisp coefficients: A goal programing approach, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, **7**, 19-39.

[28] Hong D.H., Hwang C. and Ahn C. (2004), Ridge estimation for regression models with crisp input and Gaussian fuzzy output, *Fuzzy Sets and Systems*, **142**, 307-319.

[29] Hosseinzadeh E., Hassanpour H. and Arefi M. (2016), A weighted goal programming approach to estimate the linear regression model in full quasi type-2 fuzzy environment, *International Journal of Fuzzy Systems* 30, 1311-1317.

[30] Jung H.Y., Yoon J.H. and Choi S.H. (2015), Fuzzy linear regression using rank transform method, *Fuzzy Sets and Systems* 274, 97-108.

[31] Kelkinnama M. and Taheri S.M. (2012), Fuzzy least-absolutes regression using shape preserving operations, *Information Sciences*, **214**, 105-120.

[32] Kim I.K., Lee W., Yoon J.H. and Choi S.H. (2016), Fuzzy regression model using trapezoidal fuzzy numbers for re-auction data, *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, **16**, 72-80.

[33] Li J., Zeng W., Xie J. and Yin Q. (2016), A new fuzzy regression model based on least absolute deviation, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **52**, 54-64.

[34] Lu J. and Wang R. (2009), An enhanced fuzzy linear regression model with more flexible spreads, *Fuzzy Sets and Systems*, **160**, 2505-2523.

[35] Mashinchi M.H., Orgun M.A., Mashinchi M. and Pedrycz W. (2011), A Tabu-harmony search-based approach to fuzzy linear regression, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **19**, 432-448.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

[36] Mendel J.M. (2014), On a novel way of processing data that uses fuzzy seta for later use in rule-based regression and pattern classification, *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, **14**, 1-7.

[37] Mirzaei Yeganeh S. and Taheri S.M. (2009), Possibilistic logistic regression by linear programming approach, in: *Proc. of the 7th Seminar on Probability and Random Processes*, Isfahan University of Technology, pp. 139-143.

[38] Namdari M., Yoon J.H., Abadi A., Taheri S.M. and Choi S.H. (2015), Fuzzy logistic regression with least absolutes deviations estimators, *Soft Computing*, **19**, 909-917.

[39] Ozelkan E.C., and Duckstein L. (2000), Multi-objective fuzzy regression: a general framework, *Computers and Operations Research* 27, 635-652.

[40] Peters G. (2001), A linear forecasting model and its application to economic data, *Journal of Forecasting*, **20**, 315-328.

[41] Pourahmad S., Ayatollahi M., Taheri S.M. and Habib Agahi Z. (2011), Fuzzy logistic regression based on the least squares approach with application in clinical studies, *Computers and Mathematics with Applications*, **62**, 3353-3365.

[42] Rabiei M.R., Arghami N.R., Taheri S.M. and Sadeghpour B. (2014), Least squares approach to regression modeling in full interval-valued fuzzy environment, *Soft Computing*, **18**, 2043-2059.

[43] RodriguezFdez I., Mucientes M. and Bugarin A. (2016), FRULER: Fuzzy rule learning through evolution for regression, *Information Sciences*, **354**, 1-18.

[44] Sohn S.Y., Kim D.H. and Yoon J.H. (2016) Technology credit scoring model with fuzzy logistic regression, *Applied Soft Computing*, **43**, 150-158.

[45] Su Z., Wang Y. and Wang P. (2013) Parametric regression analysis of imprecise and uncertain data in the fuzzy belief function framework, *International Journal of Approximate Reasoning*, **54**, 1217-1242.

[46] Taheri S.M., Salmani F., Abadi A. and Alavi H. (2016), A transition model for fuzzy correlated longitudinal responses, *Journal Intelligent and Fuzzy Systems*, **30**, 1265-1273.

[47] Tanaka H. and Lee H. (1997), Fuzzy linear combining central tendency and possibilistic properties, *Proc. Fuzzy-IEEE 97*, **1**, 63-68.

[48] Tanaka H., Uejima S. and Asai K. (1982), Linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Transactions on Systems Man Cybernet*, **12**, 903-907.

[49] Wang N., Zhang W.X. and Mei C.L. (2007), Fuzzy nonparametric regression based on local linear smoothing technique, *Information Sciences*, **177**, 3382-3390.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]

[50] Yang M.S. and Ko C.H. (1997), On cluster-wise fuzzy regression analysis, *IEEE Transactions on Systems Man Cybernet*, **27**, 1-13.

[51] Yang M.S. and Lin T.S. (2002), Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input-output, *Fuzzy Sets and Systems*, **126**, 389-399.

[52] Yang M.S. and Liu H.H. (2003), Fuzzy least-squares algorithms for iterative fuzzy linear regression models, *Fuzzy Sets and Systems* **135**, 305-316.

[Downloaded from irstat.ir on 2025-04-17]